

## III Jornadas de Acústica (JOSAC 2013)

Cátedra Fundamentos de Acústica y Electroacústica – FAYE

Departamento de Ingeniería Electrónica

Facultad Regional Córdoba, Universidad Tecnológica Nacional

# Transformada de Hilbert-Huang y sus aplicaciones en ingeniería y ciencias

Fernando A. Marengo Rodriguez, Dr. Ing.

[fmarengorodriguez@yahoo.com.ar](mailto:fmarengorodriguez@yahoo.com.ar)

- Laboratório de Vibrações e Acústica

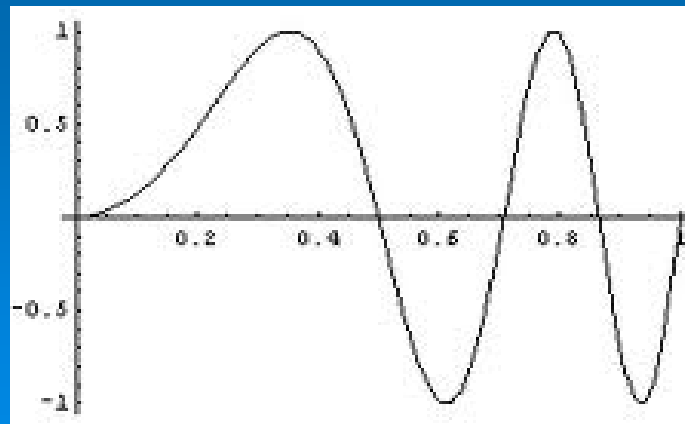
Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil

- Laboratorio de Acústica y Electroacústica

Universidad Nacional de Rosario, Rosario, Argentina.

# Análisis de señales

- Señales lineales y estacionarias → Método FFT.
- Señales lineales y no estacionarias → Método wavelets.
- Señales no lineales (con modulación en frecuencia): → ¿qué método utilizamos?

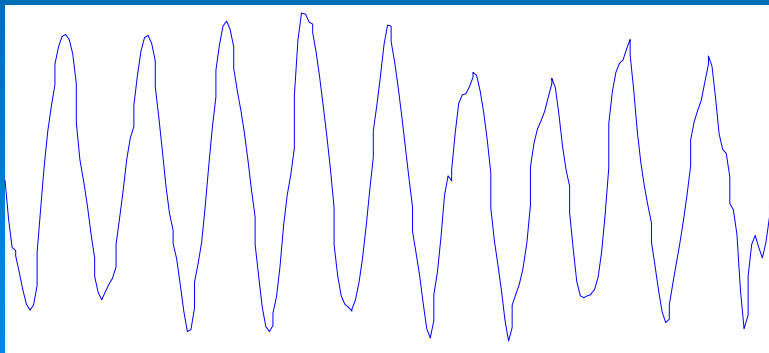


# Señal AM-FM

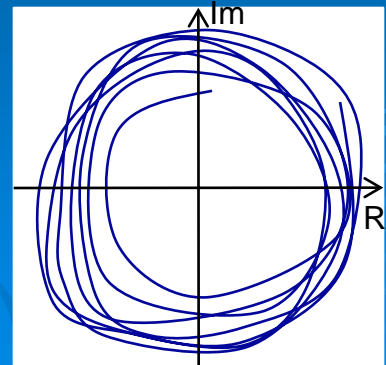
- Es simétrica con respecto al eje horizontal.
- Si la **amplitud** o **envolvente** es suave, se puede calcular la **amplitud** y la **fase** → **señal analítica asociada**.

$$a(t) \cdot \cos[\theta(t)] \rightarrow a(t) \cdot \exp[i \cdot \theta(t)]$$

AM-FM



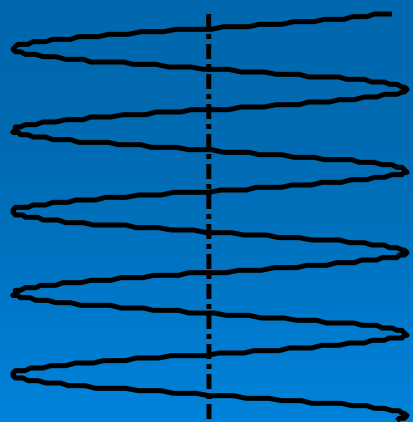
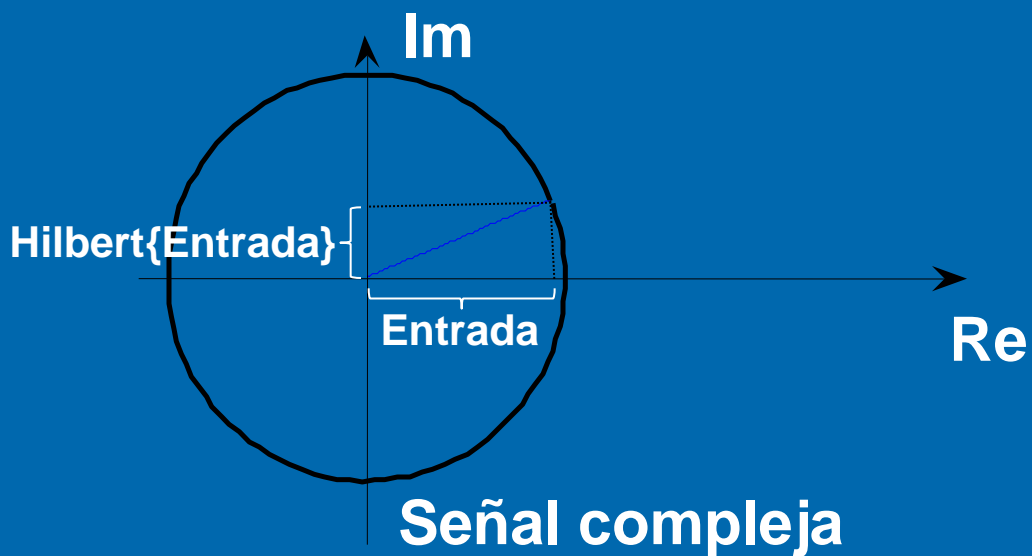
Señal analítica asociada



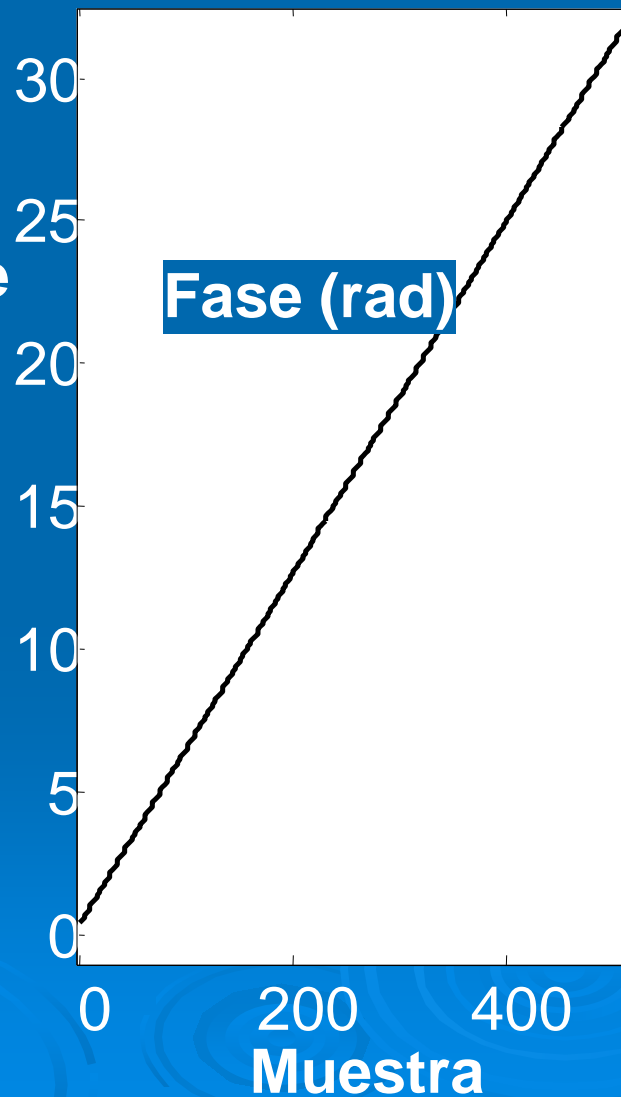
# Señal analítica

- Función exponencial compleja asociada a la función real oscilatoria.
- Retiene las informaciones de la oscilación real: amplitud (envolvente) y fase.
- Su parte real es la oscilación de la entrada y su parte imaginaria es su transformada de Hilbert.
- Su espectro de Fourier es causal ( $0$  si  $f < 0$ ).

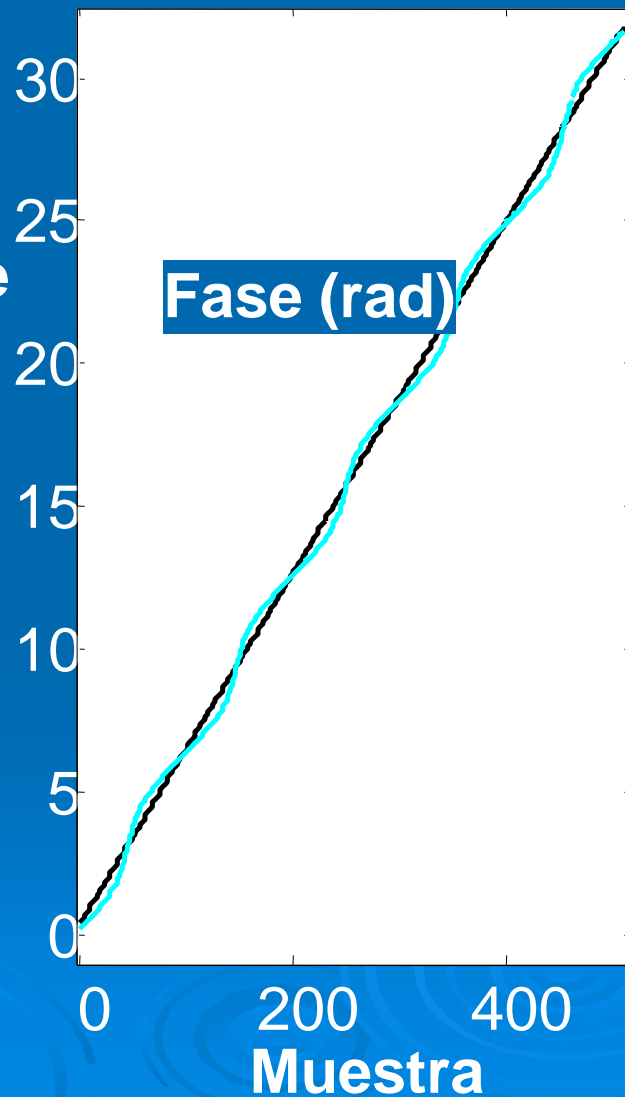
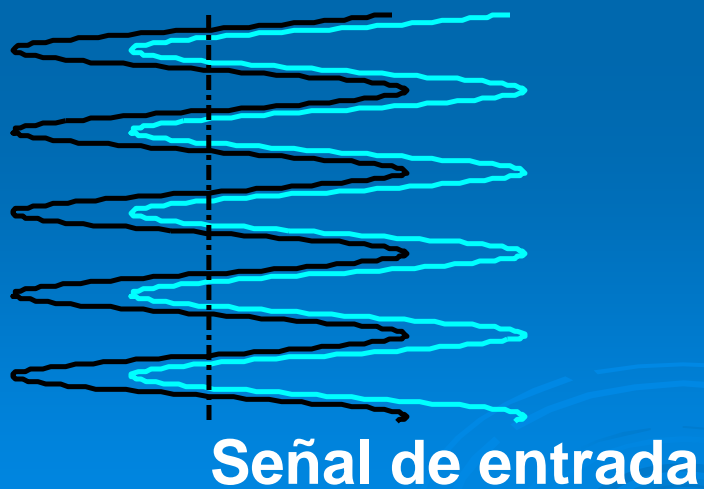
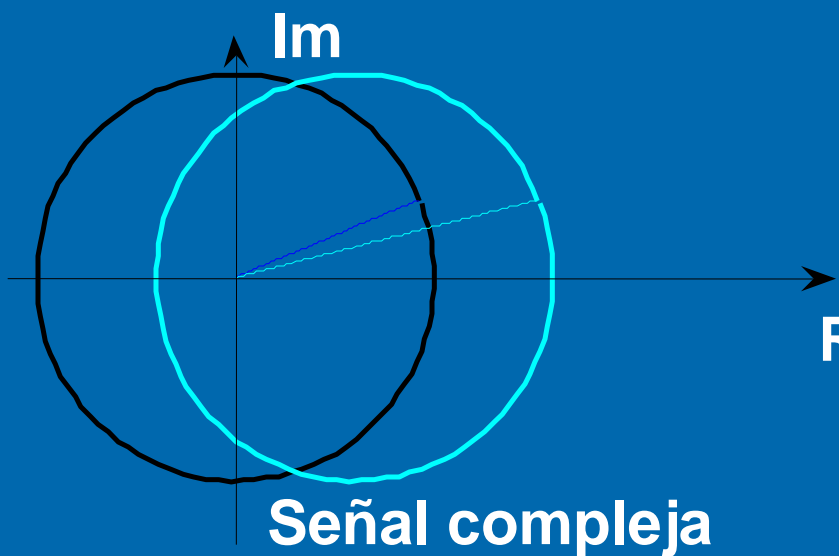
# Señal analítica



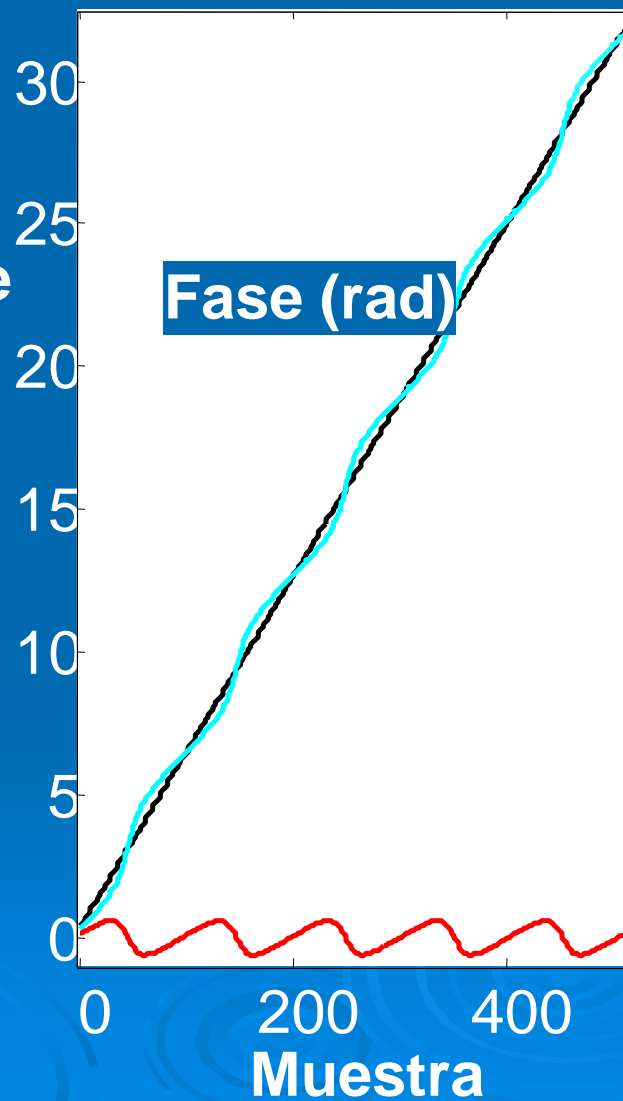
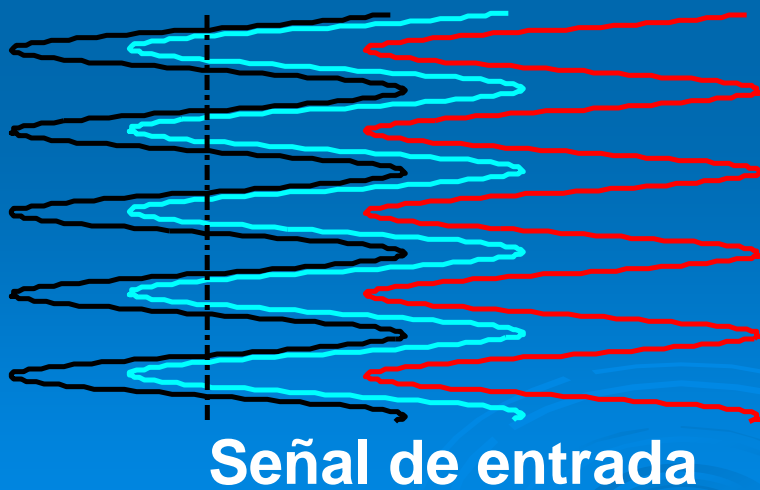
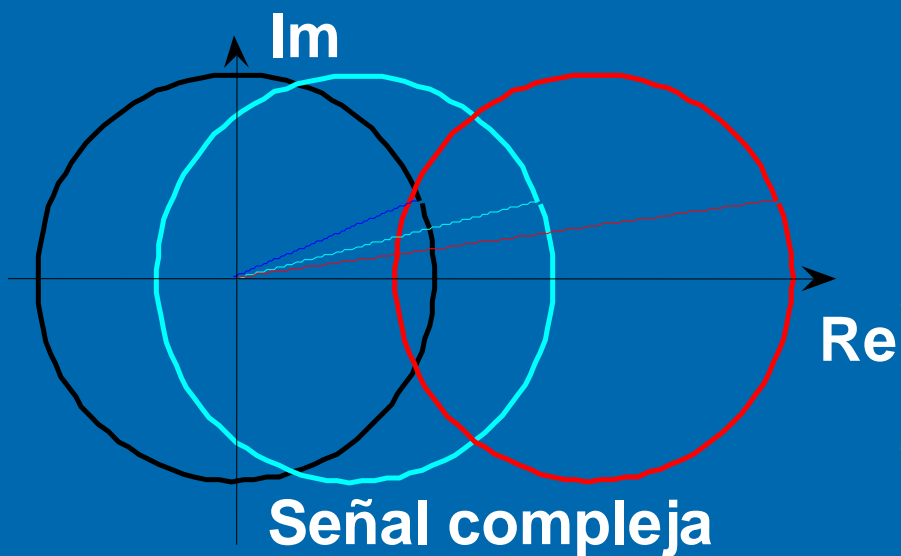
**Señal de entrada**



# Señal analítica



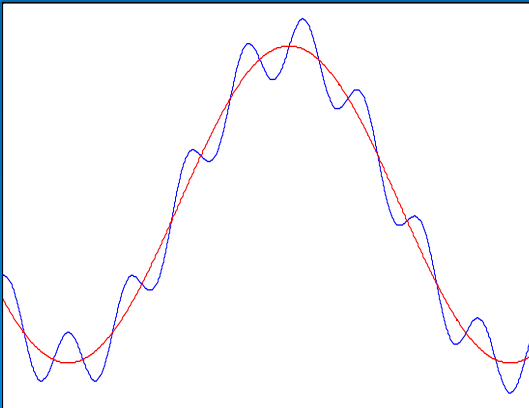
# Señal analítica



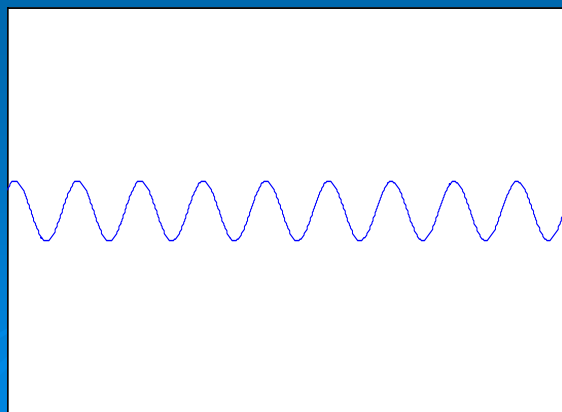
# Observación

- Deseamos descomponer cualquier señal en componentes puramente oscilatorias para calcular su envolvente y fase instantánea.
- ¿Cómo obtener esas funciones oscilatorias?

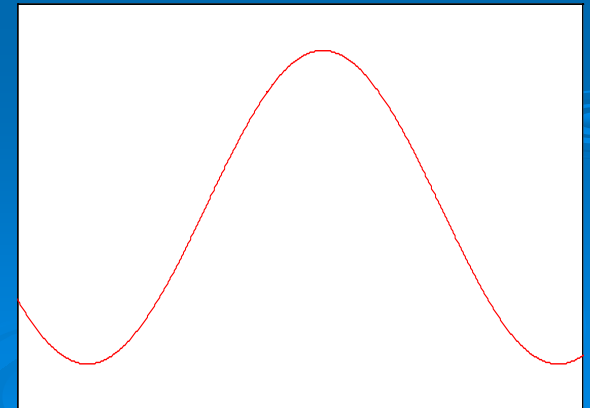
Señal de entrada



Detalle fino



Detalle grueso



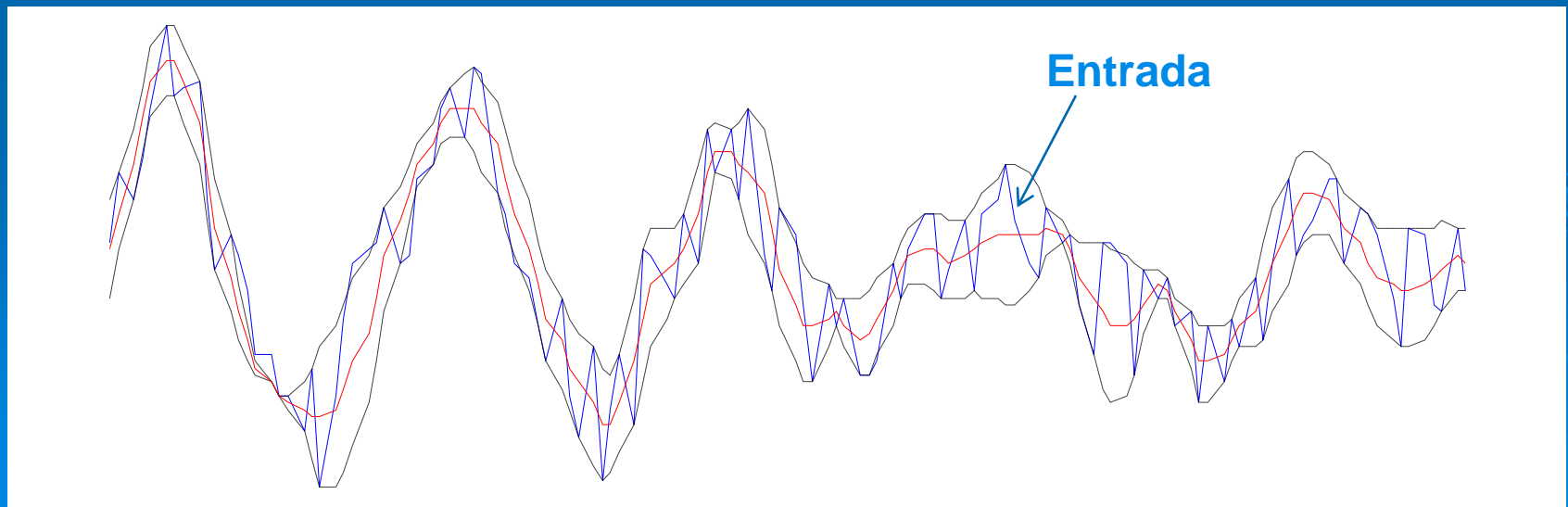


# El método de Descomposición Empírica de Modos (EMD)

- Descompone una señal unidimensional en una suma de señales (llamadas IMF) con diferentes niveles de resolución, comenzando por el detalle más fino.
- Es adaptativo y depende sólo de las componentes existentes en la señal analizada.
- **Función de modo intrínseco o IMF:**
  - es de amplitud y frecuencia modulada (AM-FM),
  - es de banda limitada,
  - # extremos = # cruces por cero,
  - promedio entre las envolventes superior e inferior = 0.

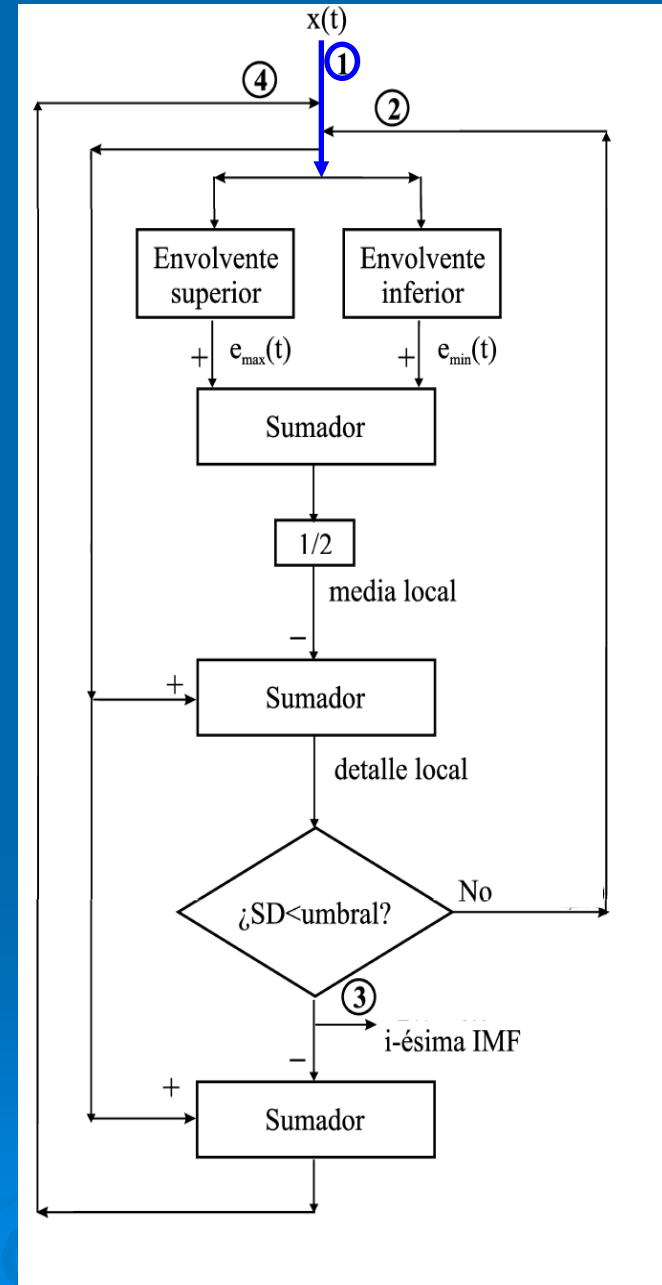
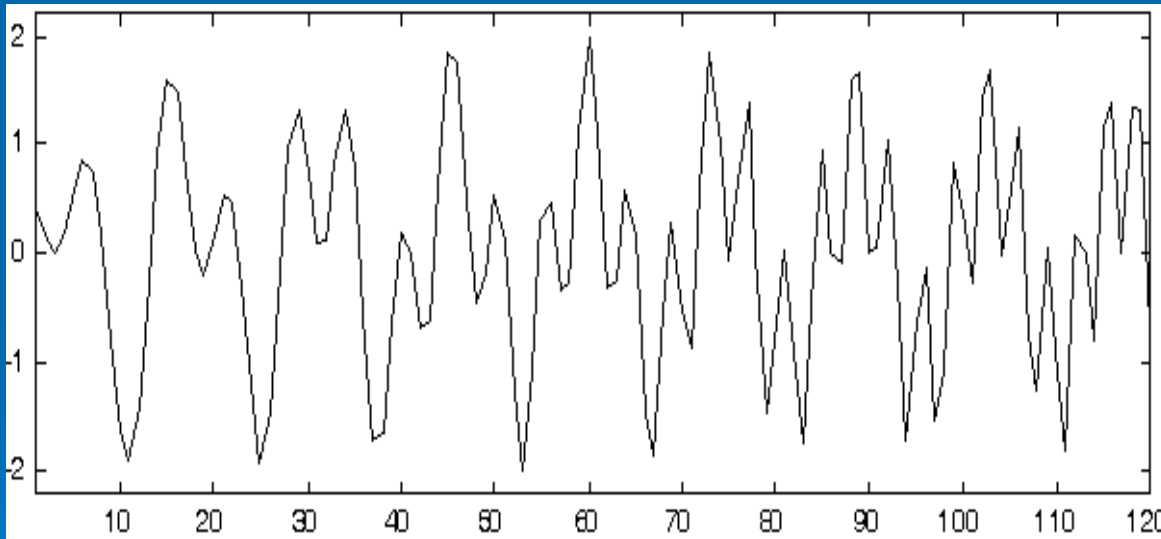
# El método de Descomposición Empírica de Modos (EMD)

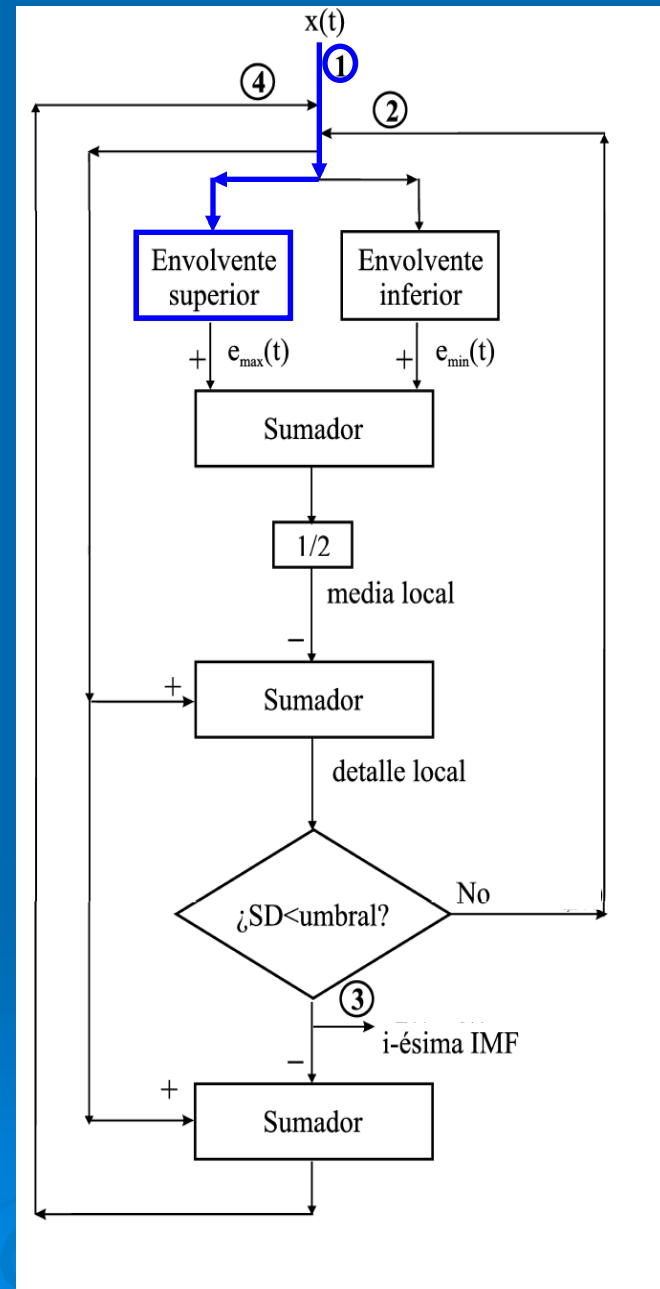
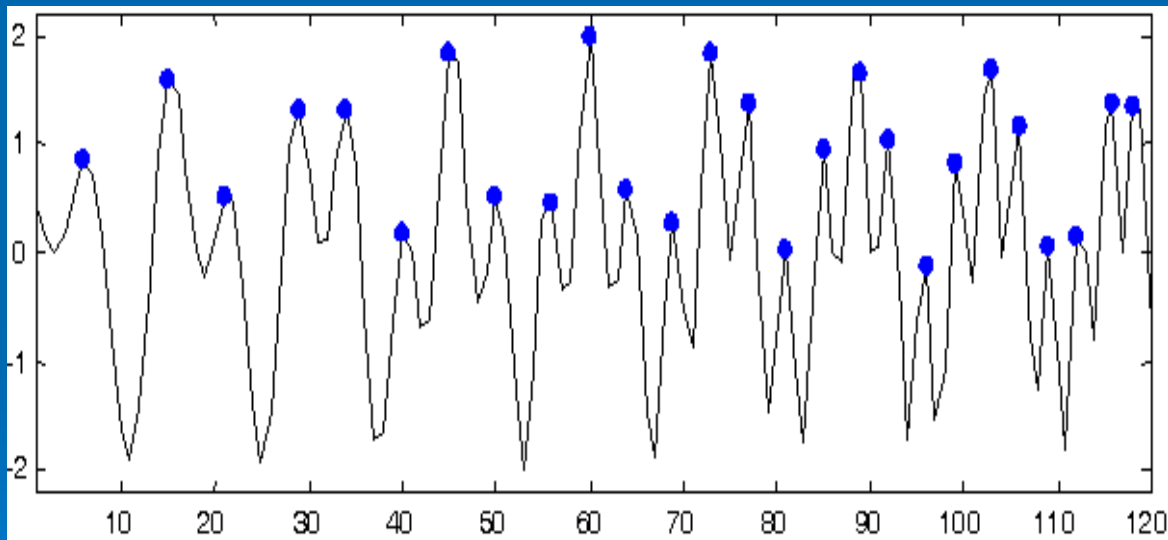
- Algoritmo: Gráficamente, EMD representa la extracción de las oscilaciones de mayor frecuencia (**azul**) contenidas en otras oscilaciones de menor frecuencia (**rojo**).

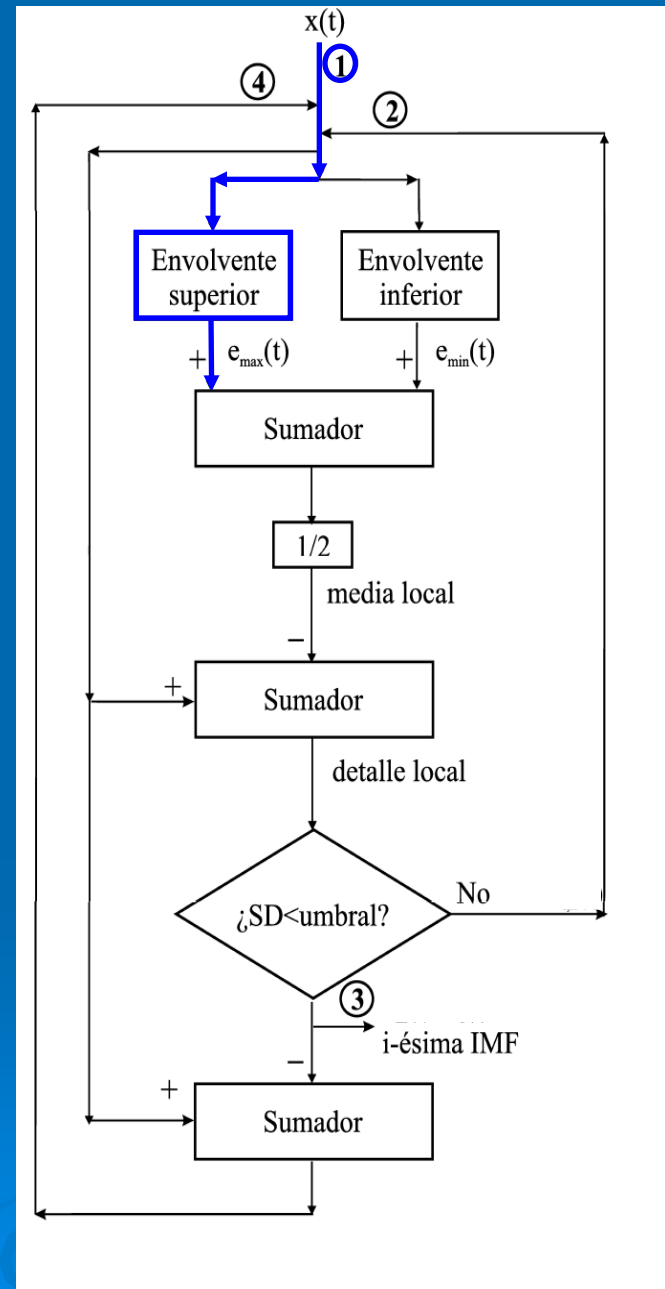
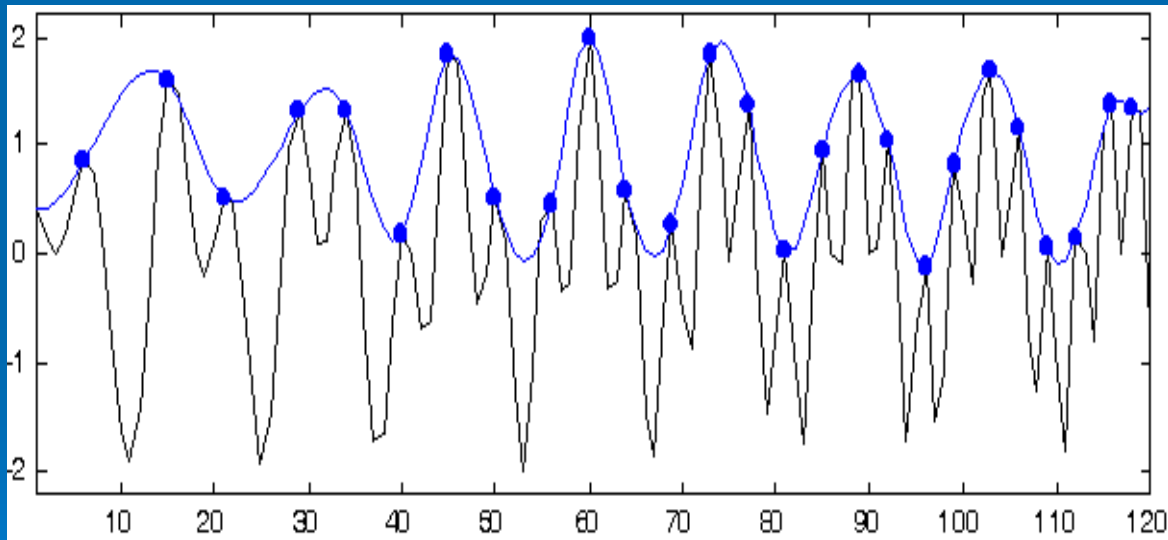


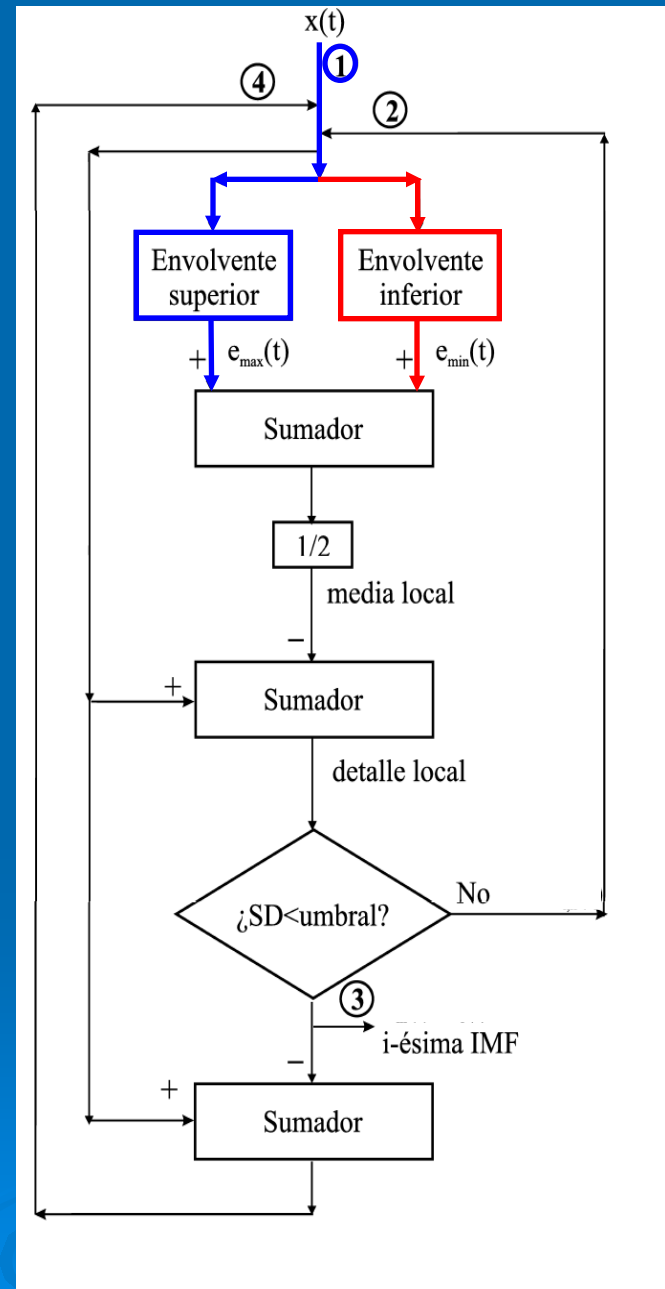
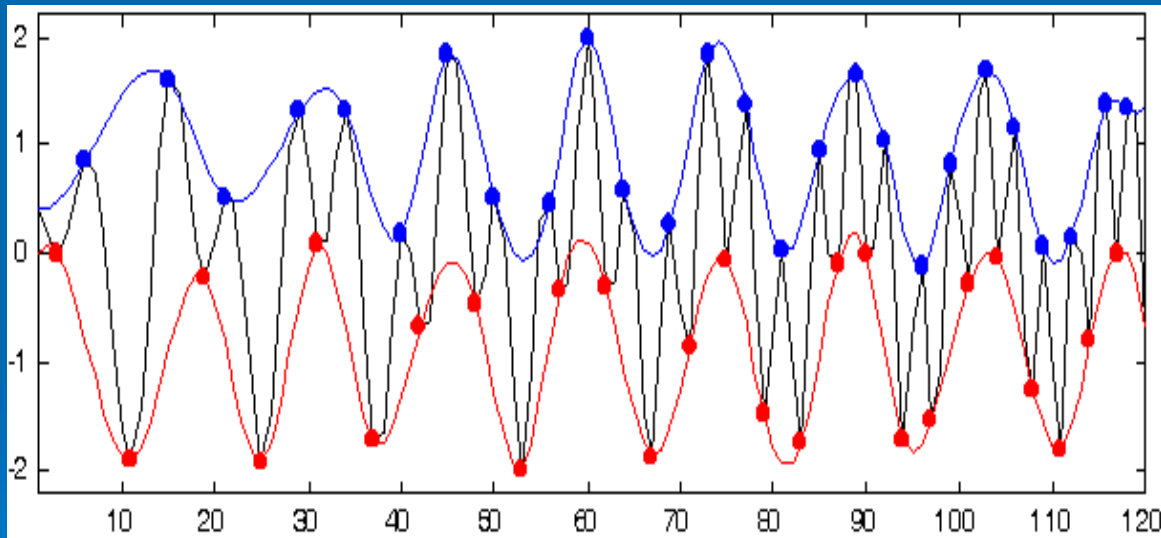
# Tamizado

## 1) Señal original: $x(t)$



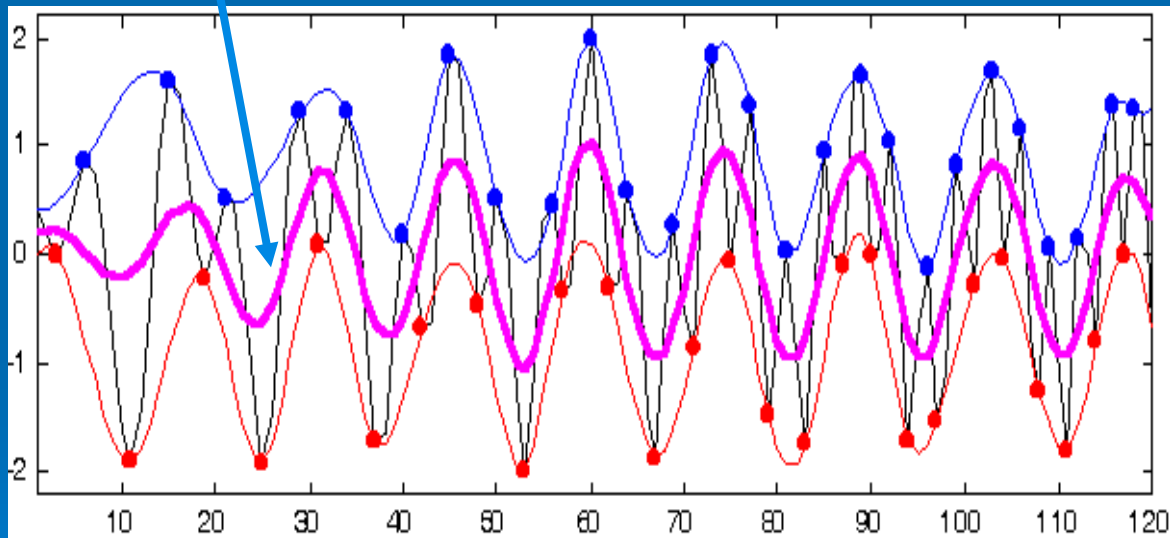






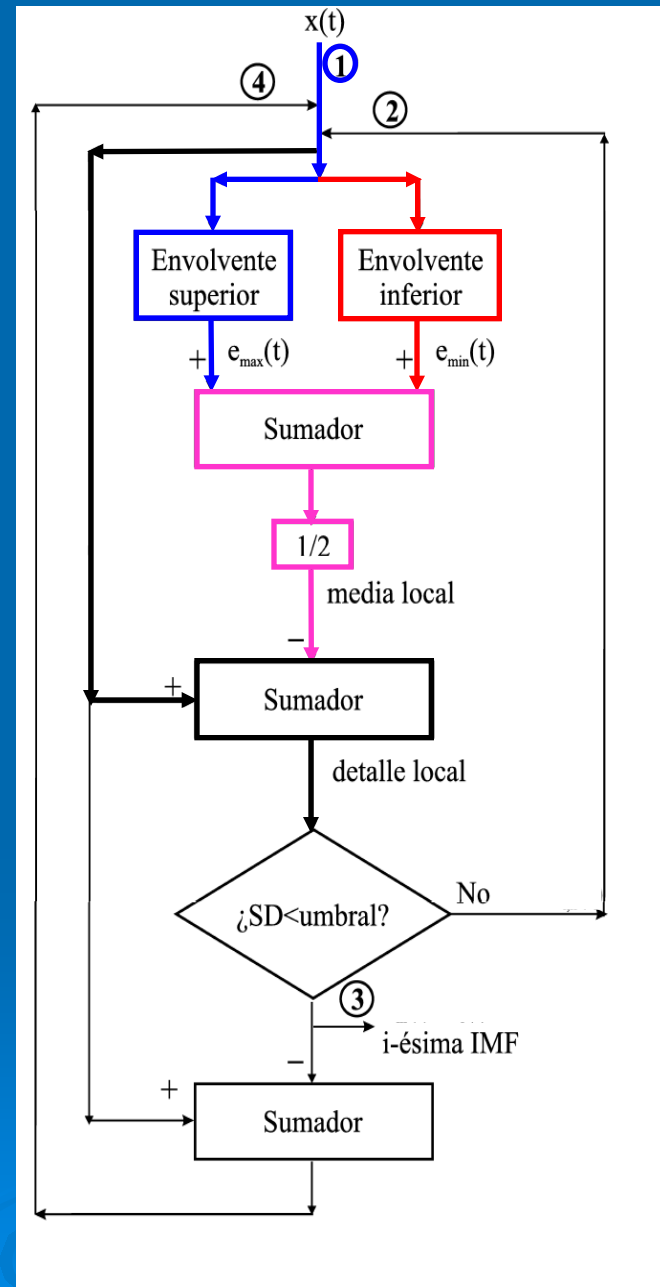
media local

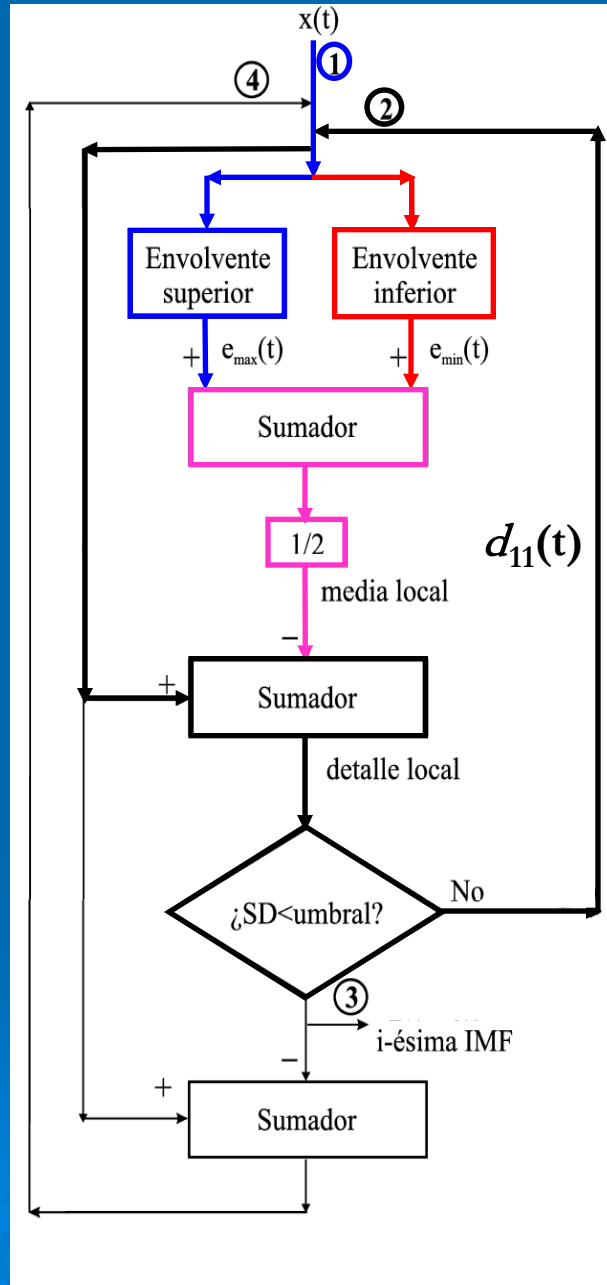
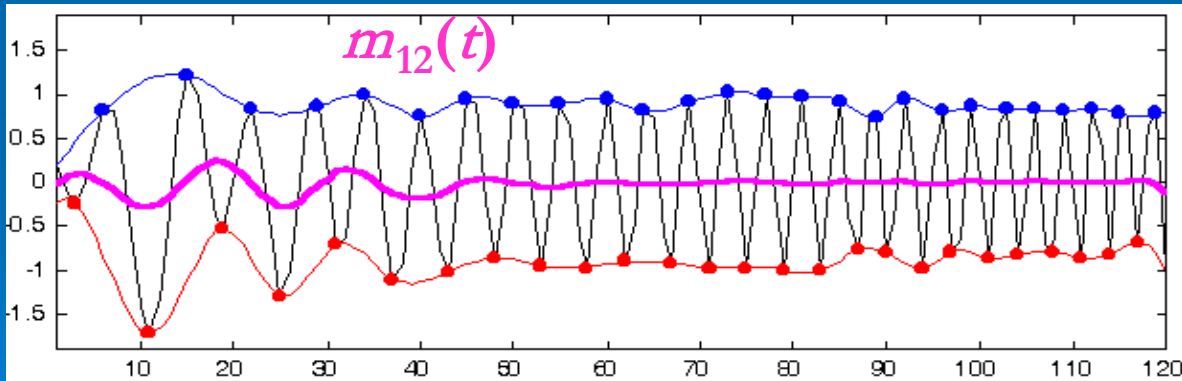
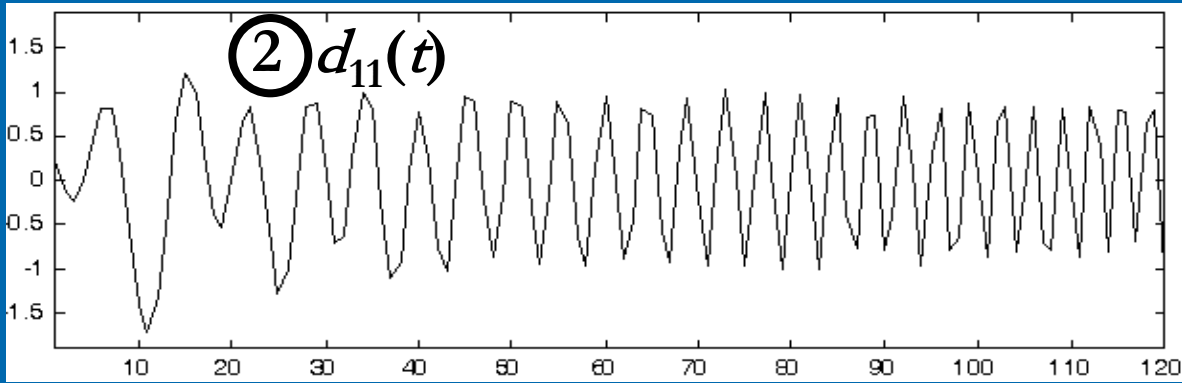
$m_{11}(t)$



detalle local

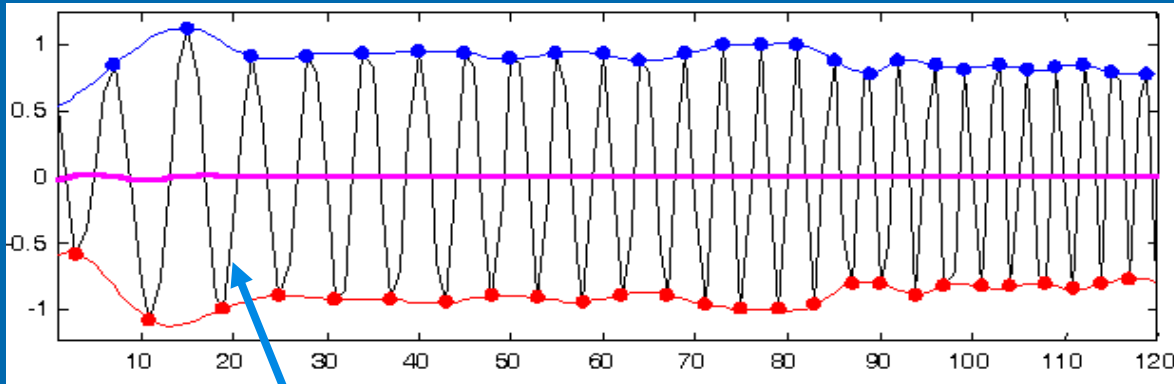
$$d_{11}(t) = x(t) - m_{11}(t)$$





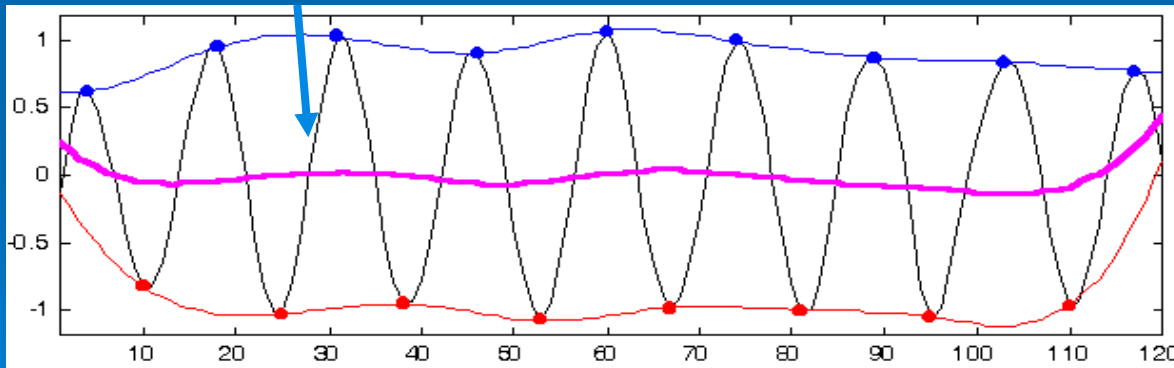
$$d_{11} = d_1 - m_{11} \dots d_{1k} = d_{1(k-1)} - m_{1k}$$



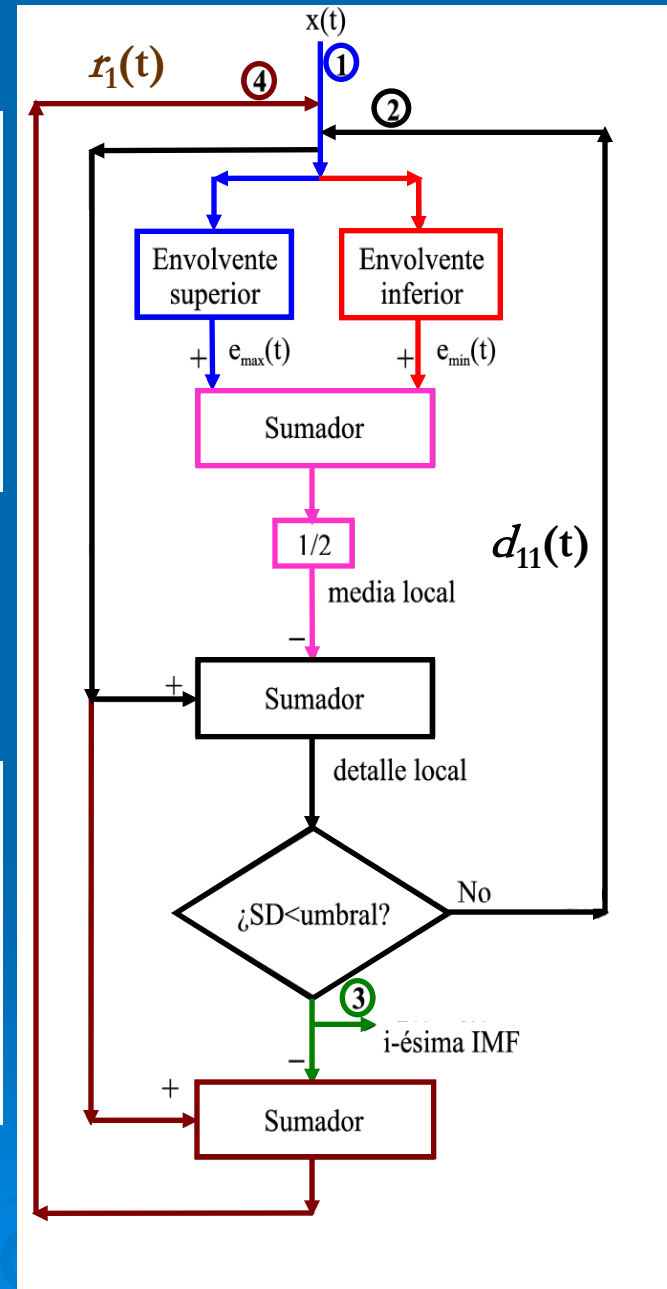


③ Primera IMF:  $c_1 = d_{1k}$

④  $r_1(t)$



$$x(t) = \sum_{i=1}^N c_i(t) + r_N(t) \rightarrow \text{Resto}$$

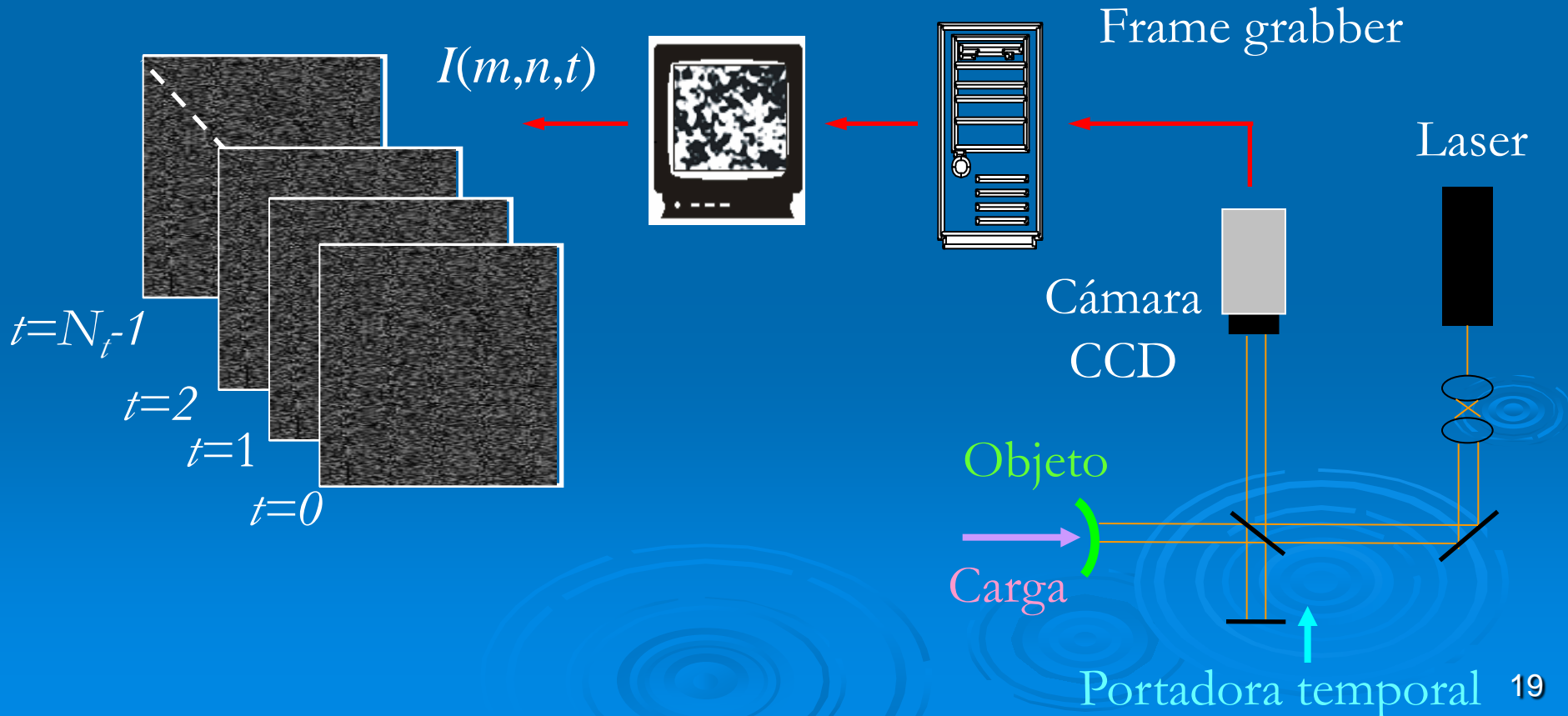


# Ejemplo de aplicación: filtrado de ruido

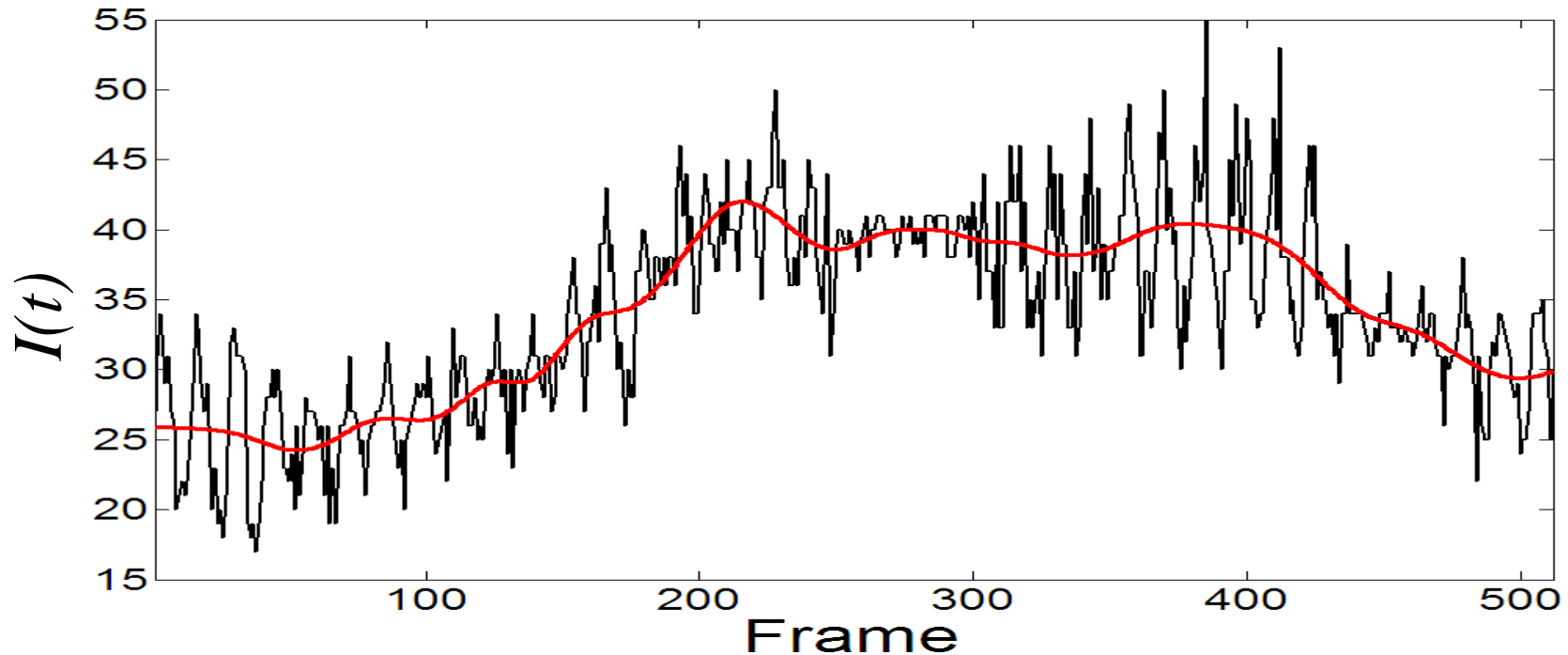
# Interferometría speckle temporal

Se graba una secuencia de interferogramas speckle durante toda la deformación del objeto que queda codificada en la modulación de la intensidad registrada en cada píxel de la cámara.

## Set up experimental



# Señales de intensidad analizadas



$$I(t) = I_{obj}(t) + I_r + 2\sqrt{I_{obj}(t)I_r} \cos[\phi(t) + \phi_a(t) + \phi_p(t)]$$

Media  $I_0(t)$

Modulación  $I_M(t)$

Desplazamiento

Portadora

Fase aleatoria

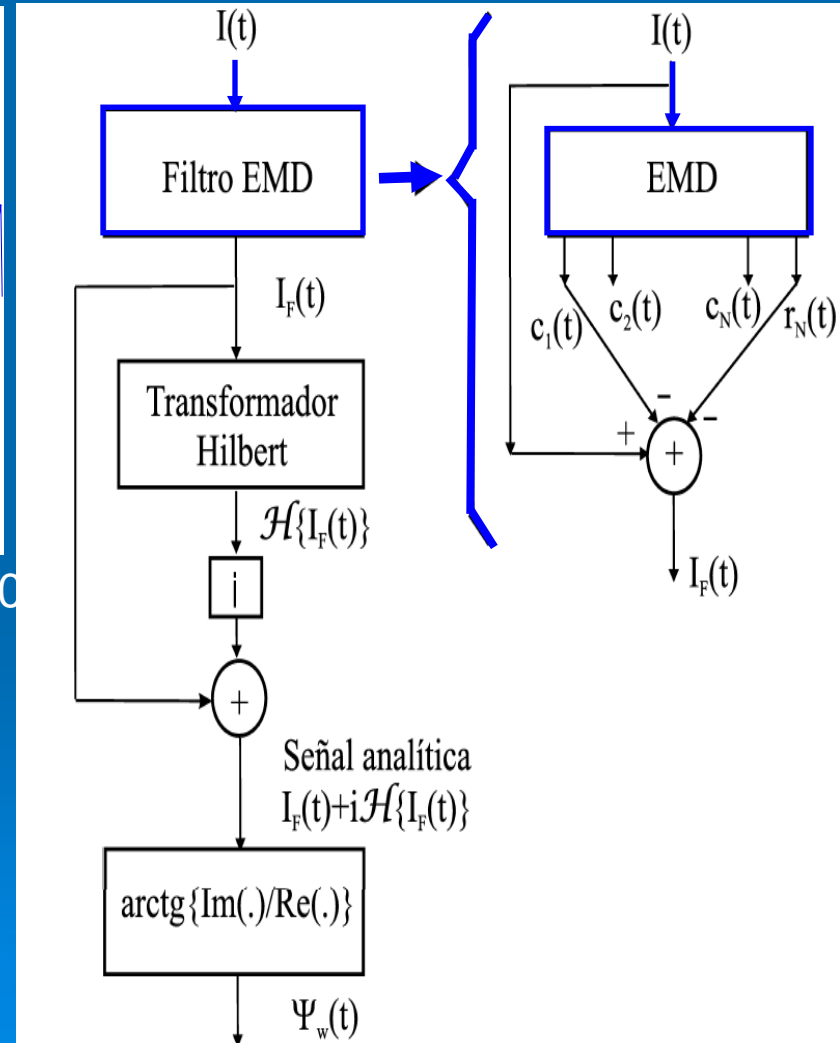
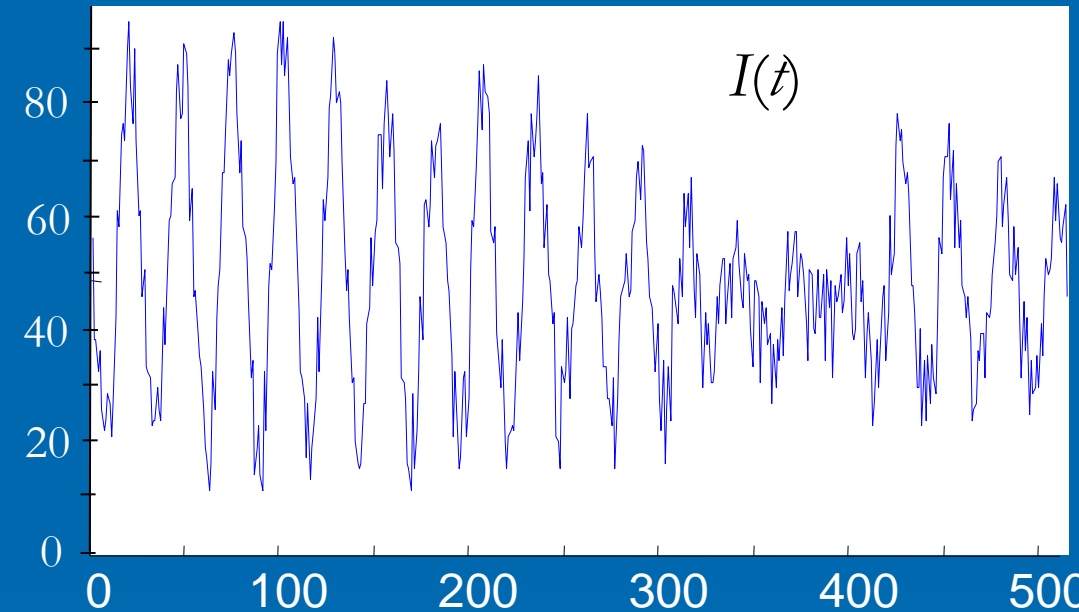
# Medición

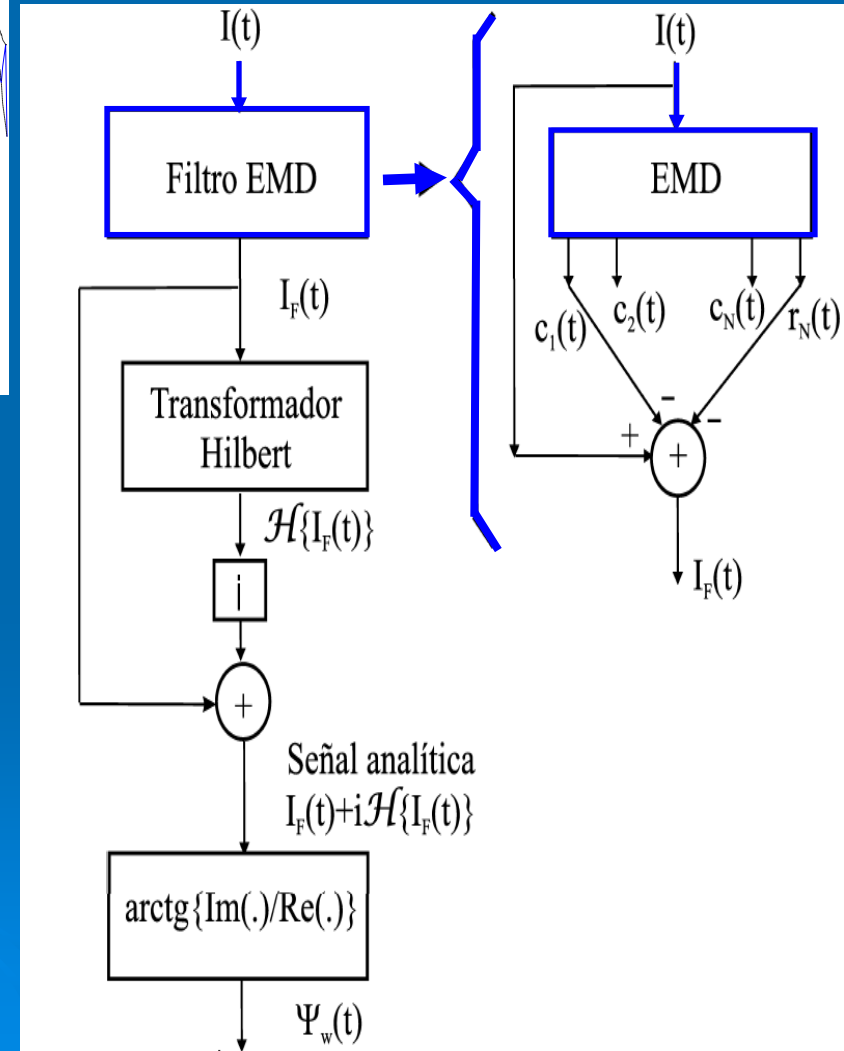
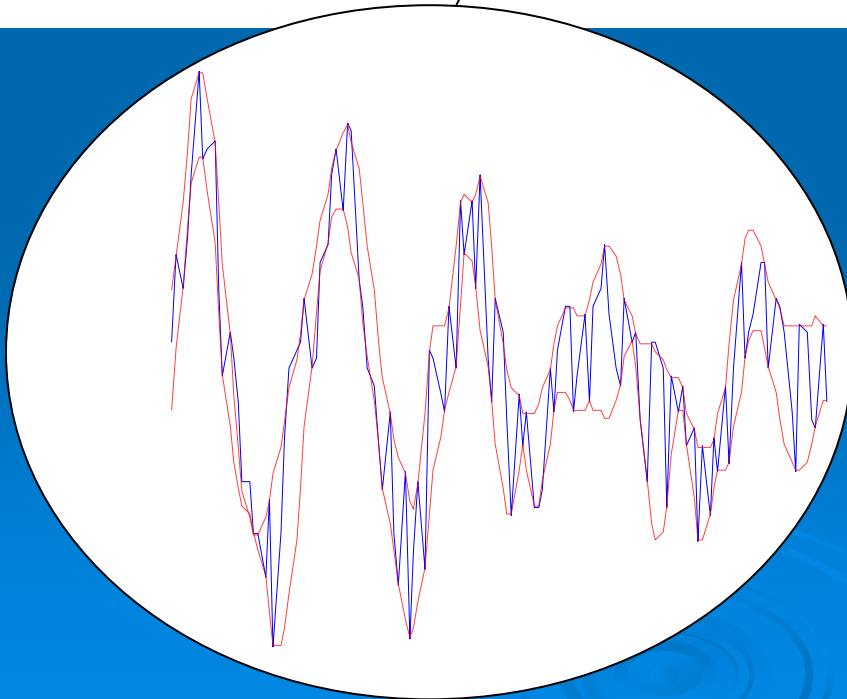
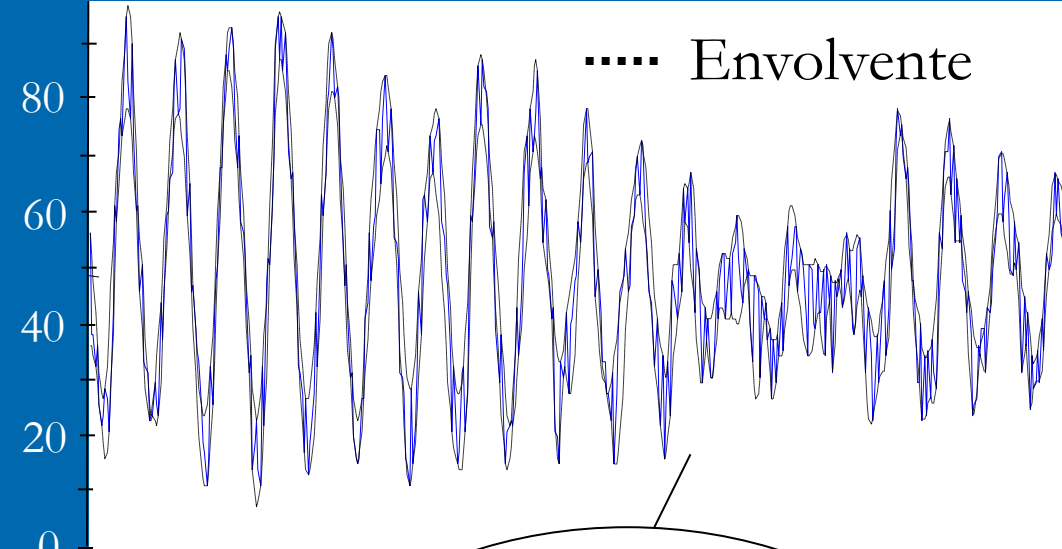
- Calcular la fase  $\phi(t)$  contenida en la señal de intensidad temporal de cada píxel.
- Filtrar variaciones de  $I_0(t)$  y de la modulación  $I_M(t)$ .
- El ruido es de banda ancha.
- En algunos intervalos, la relación señal-ruido es baja.

# Medición propuesta

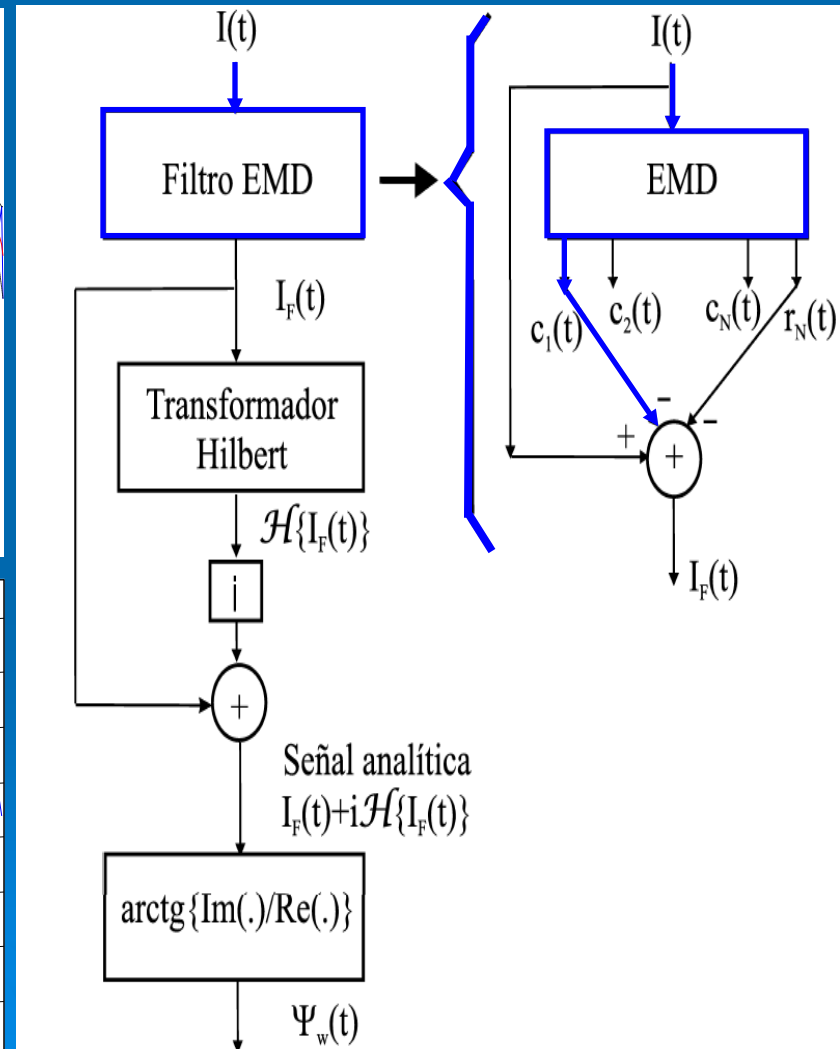
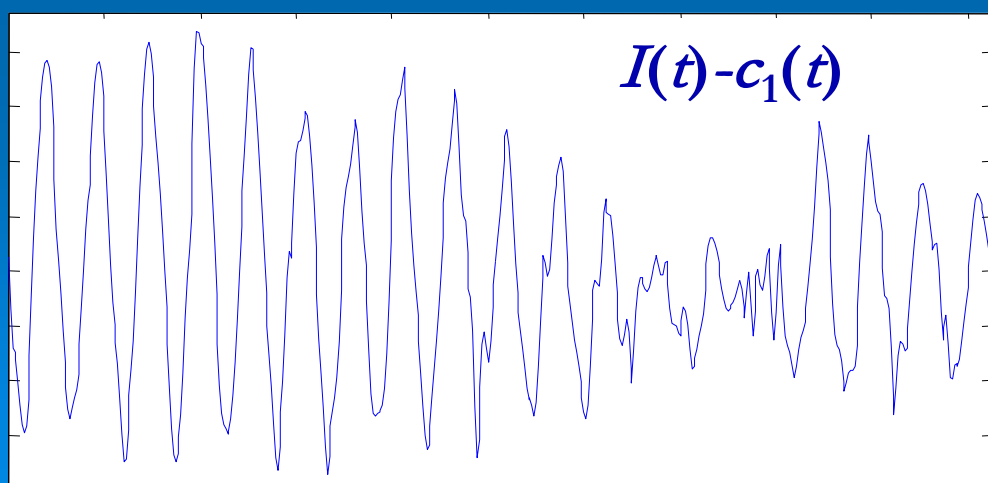
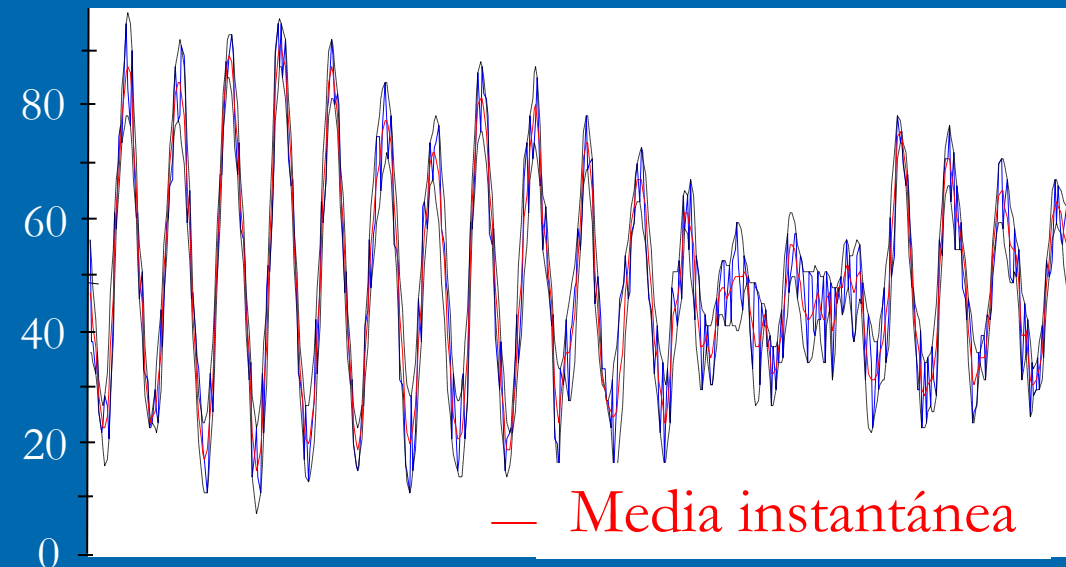
- Procesar con EMD la intensidad  $I(t)$  y filtrar las IMF que correspondan al ruido.
- Ventaja notable en las regiones donde la modulación disminuye a valores comparables con el ruido (baja relación señal-ruido).

# Método HT+EMD

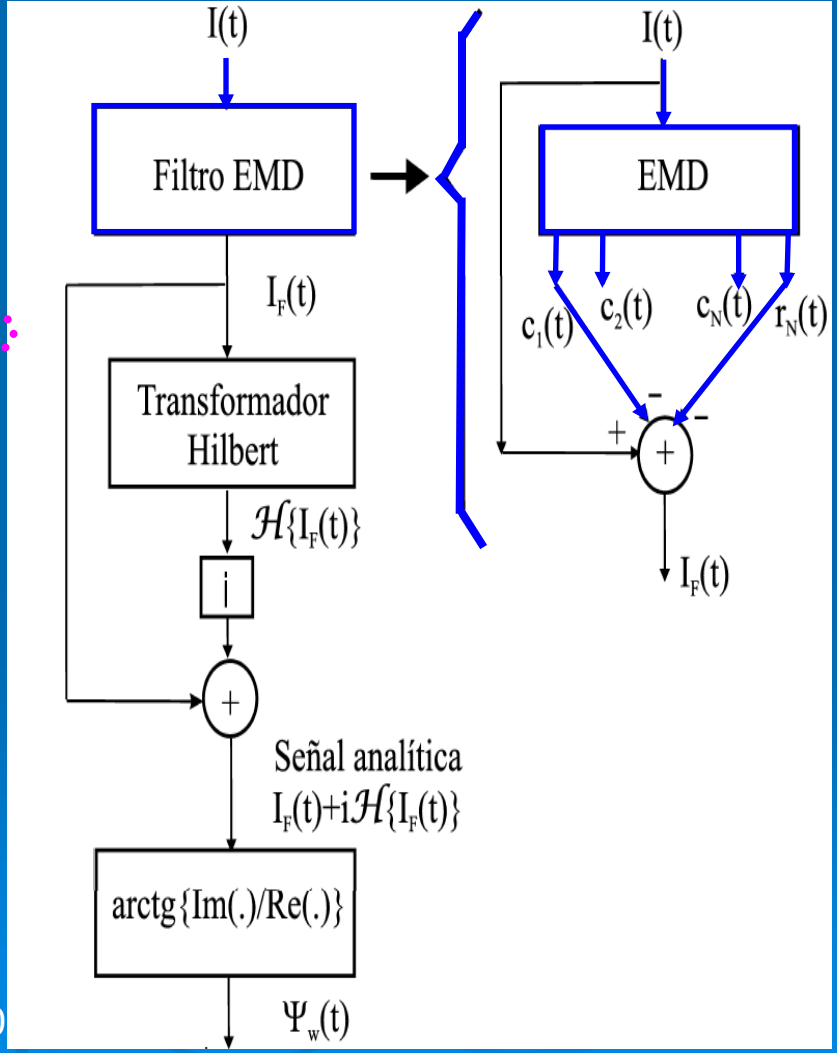
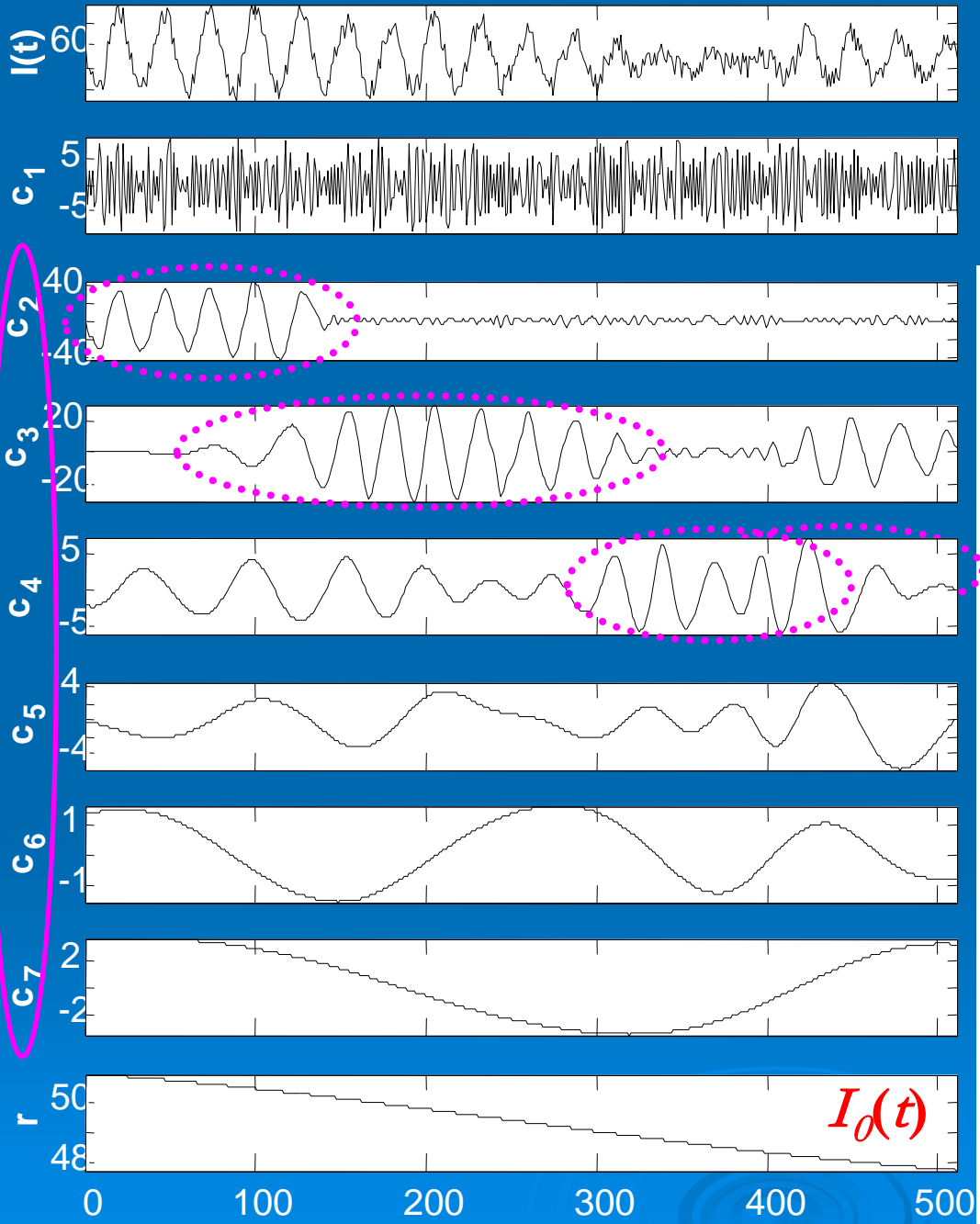


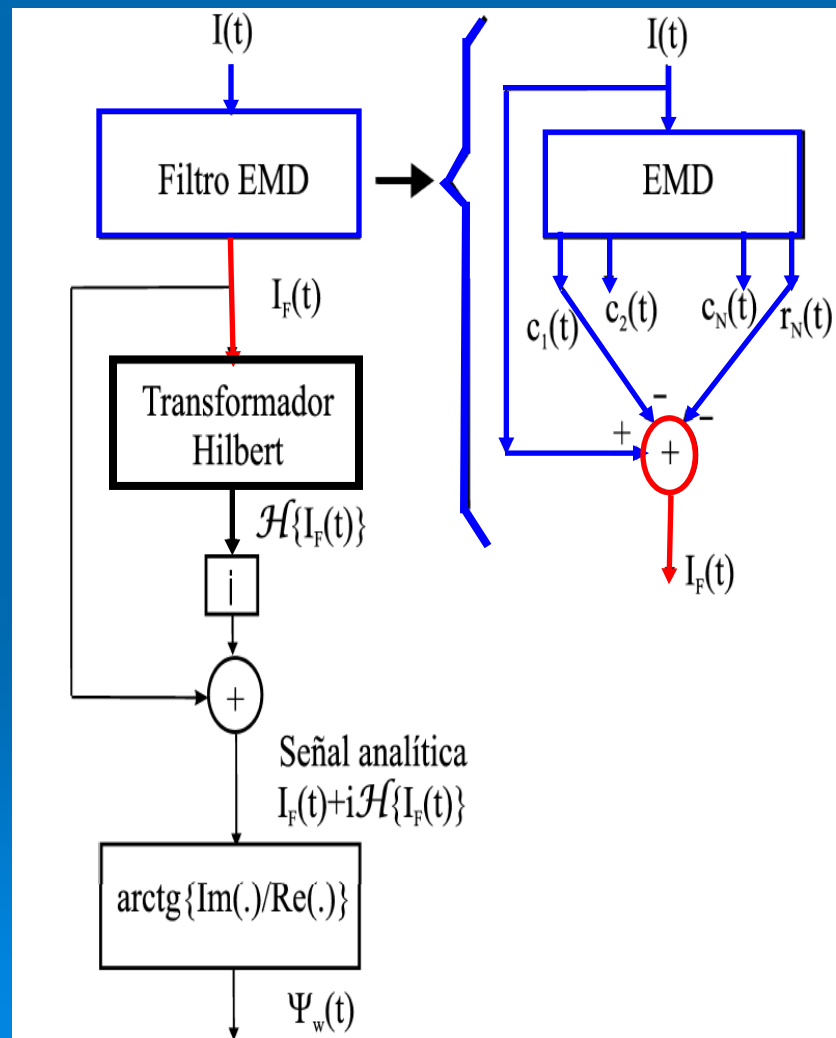
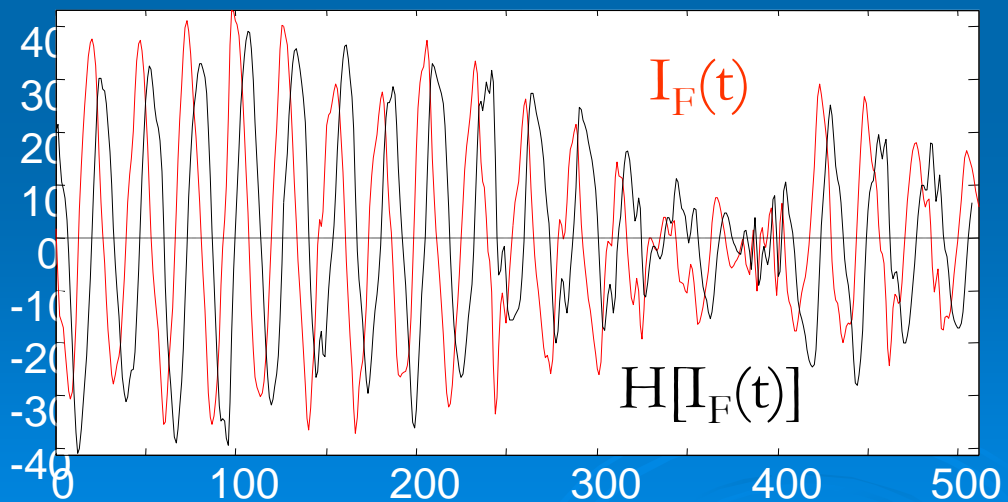
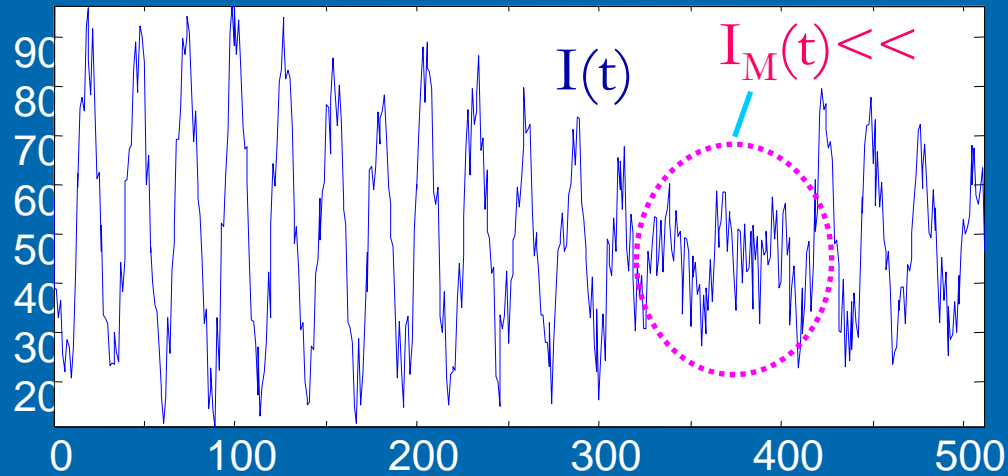




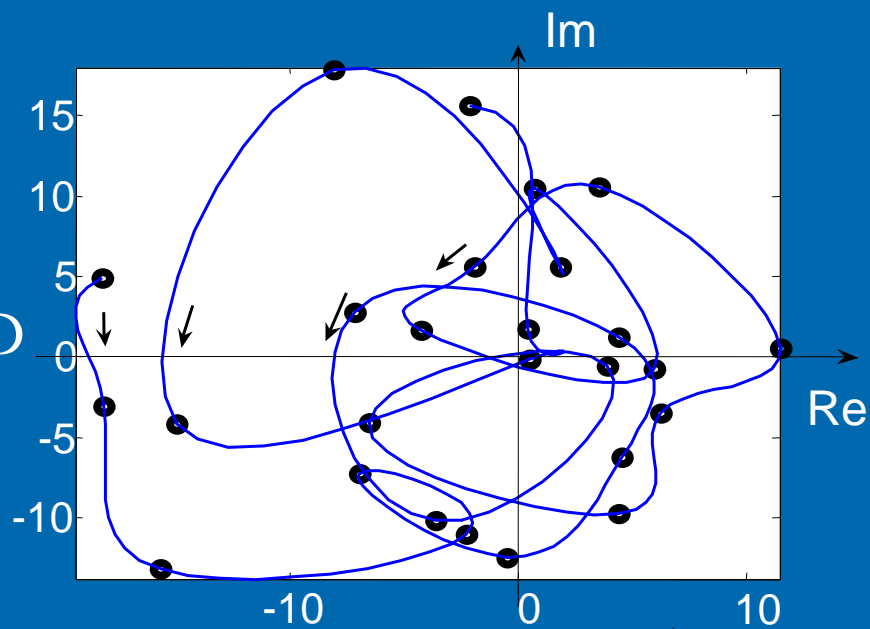


# total IMF < 9

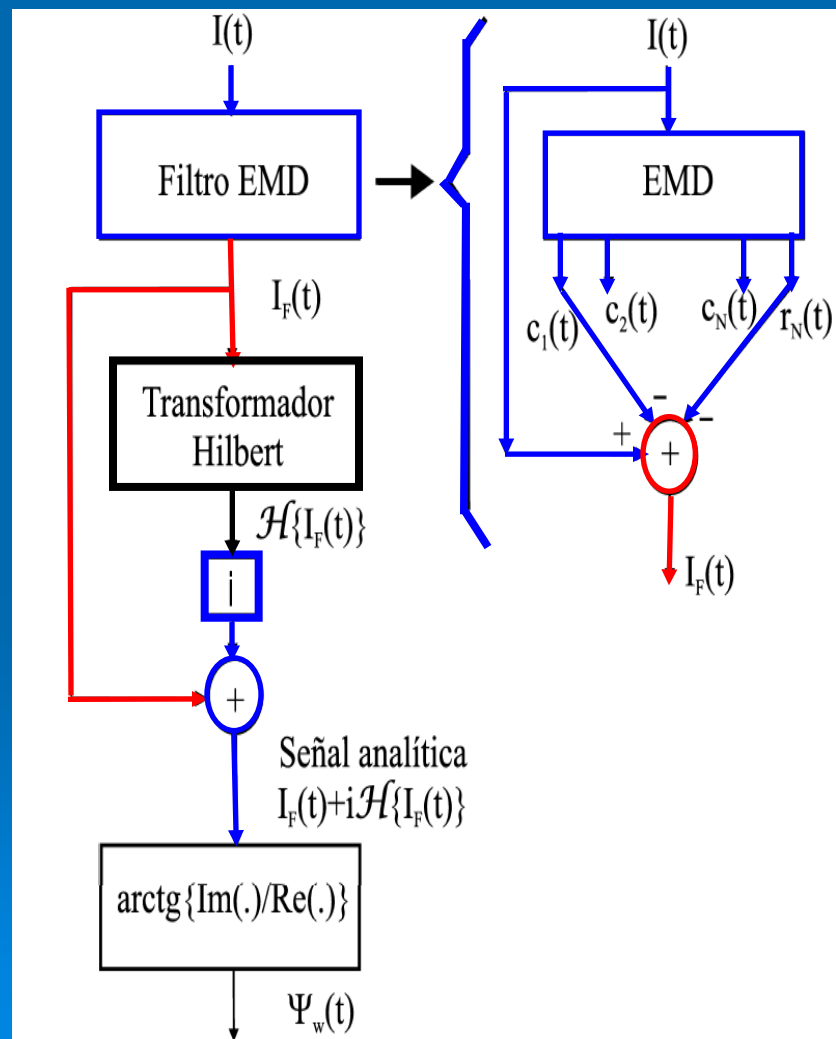
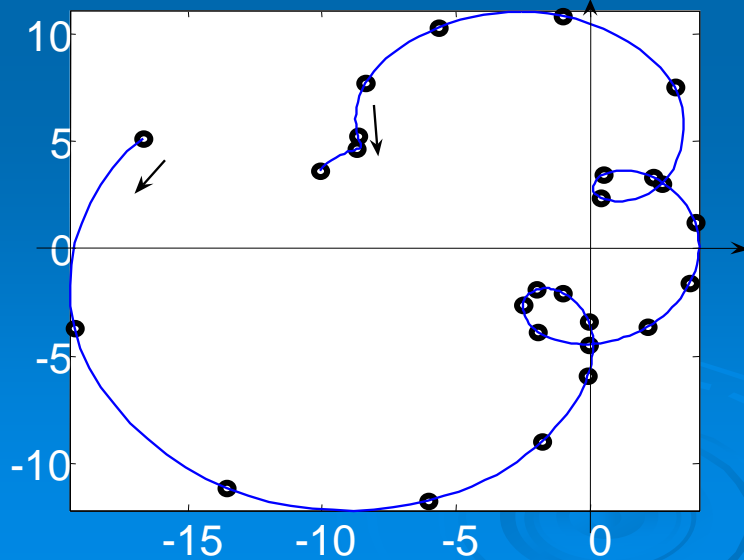


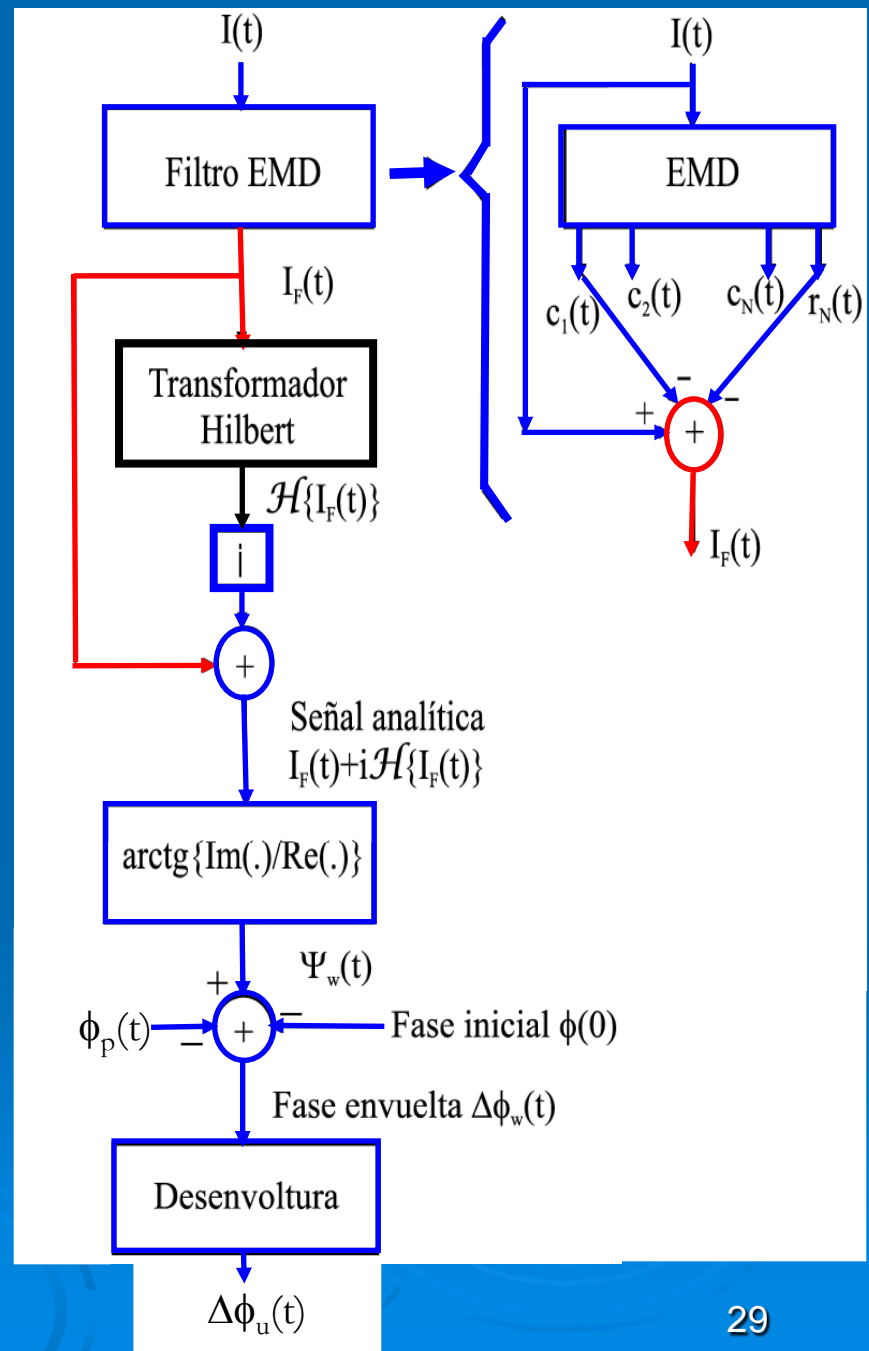
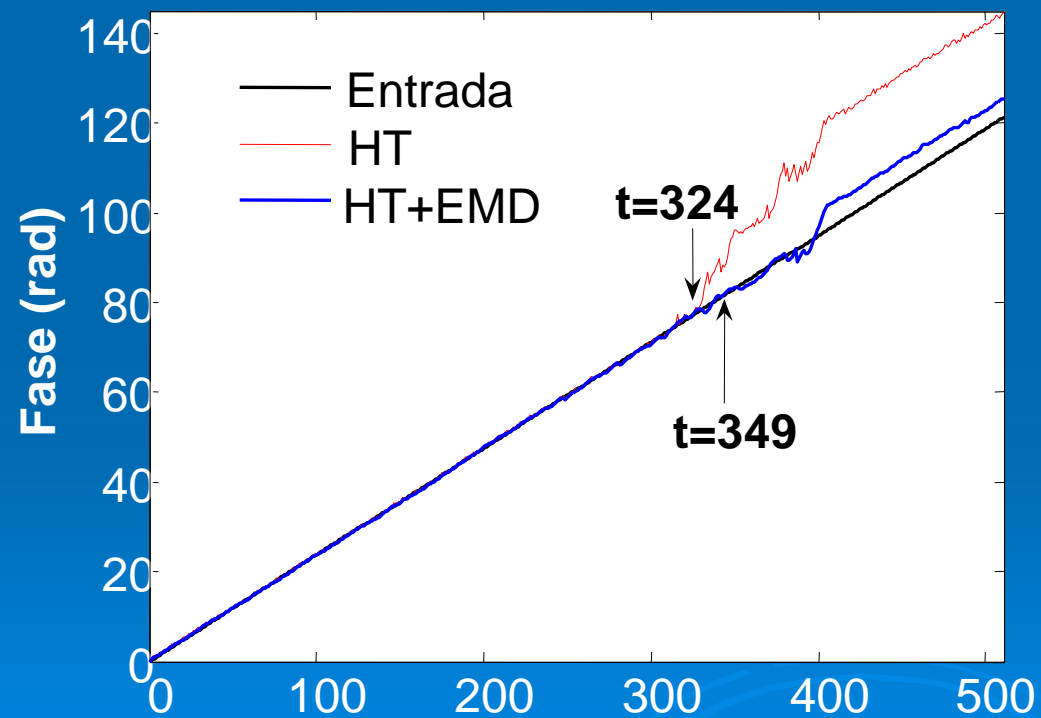


Sin EMD



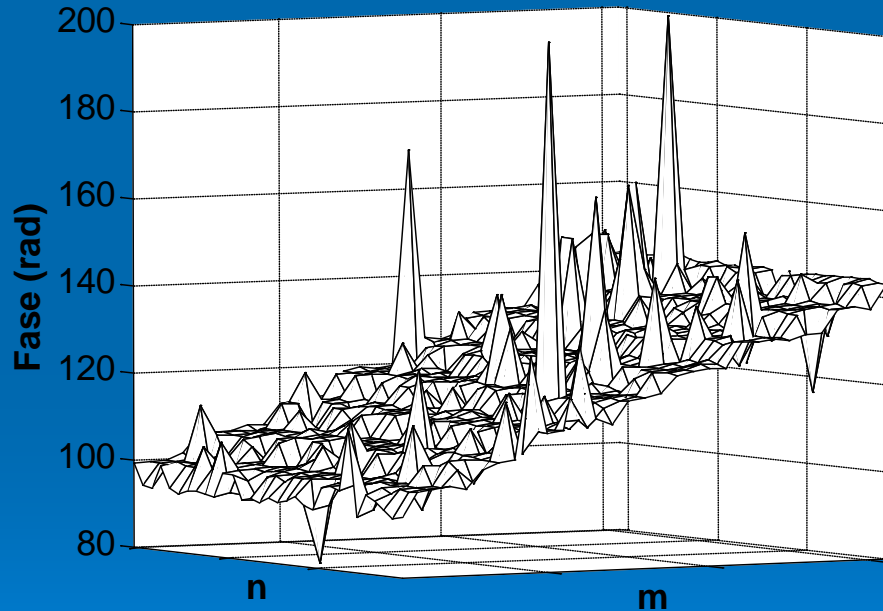
Con EMD



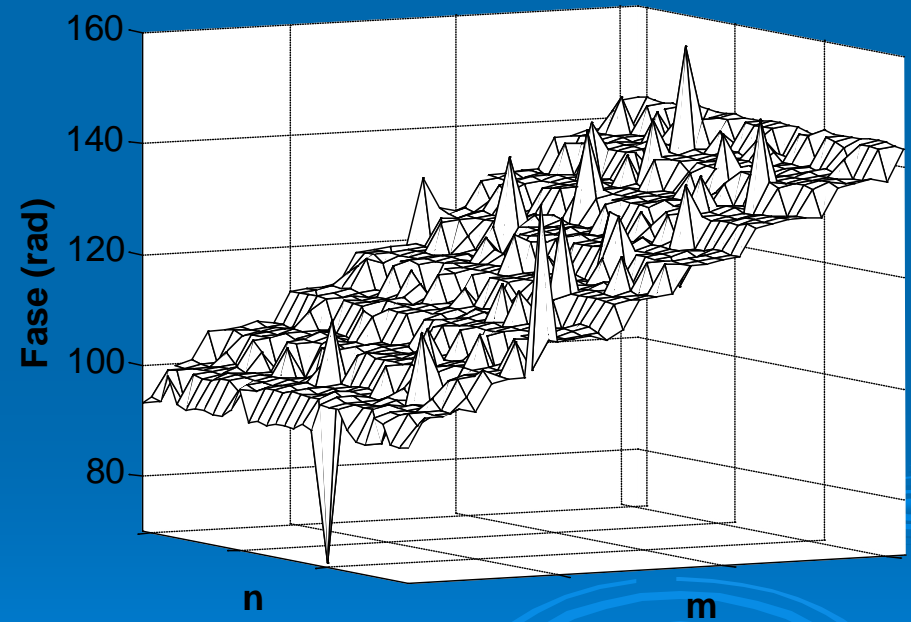


# Resultados HT vs HT+EMD en el conjunto de pixeles

HT



HT+EMD



Región central 31 x 31 píxeles

instante final

# Método HT+EMD: filtrado de ruido

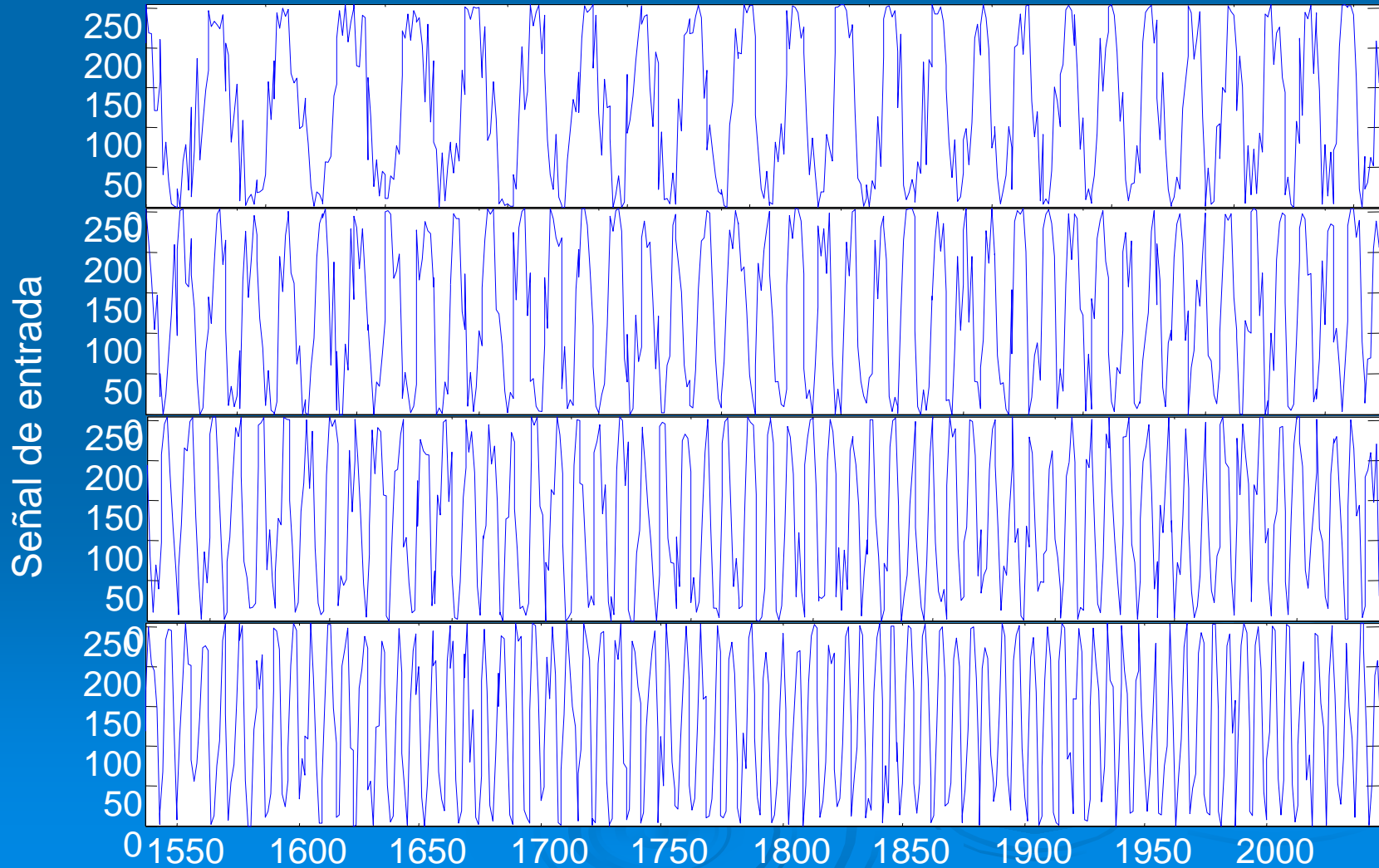
Chirp  
parabólico



$$0.2 < d\phi(t)/dt < \pi/3$$



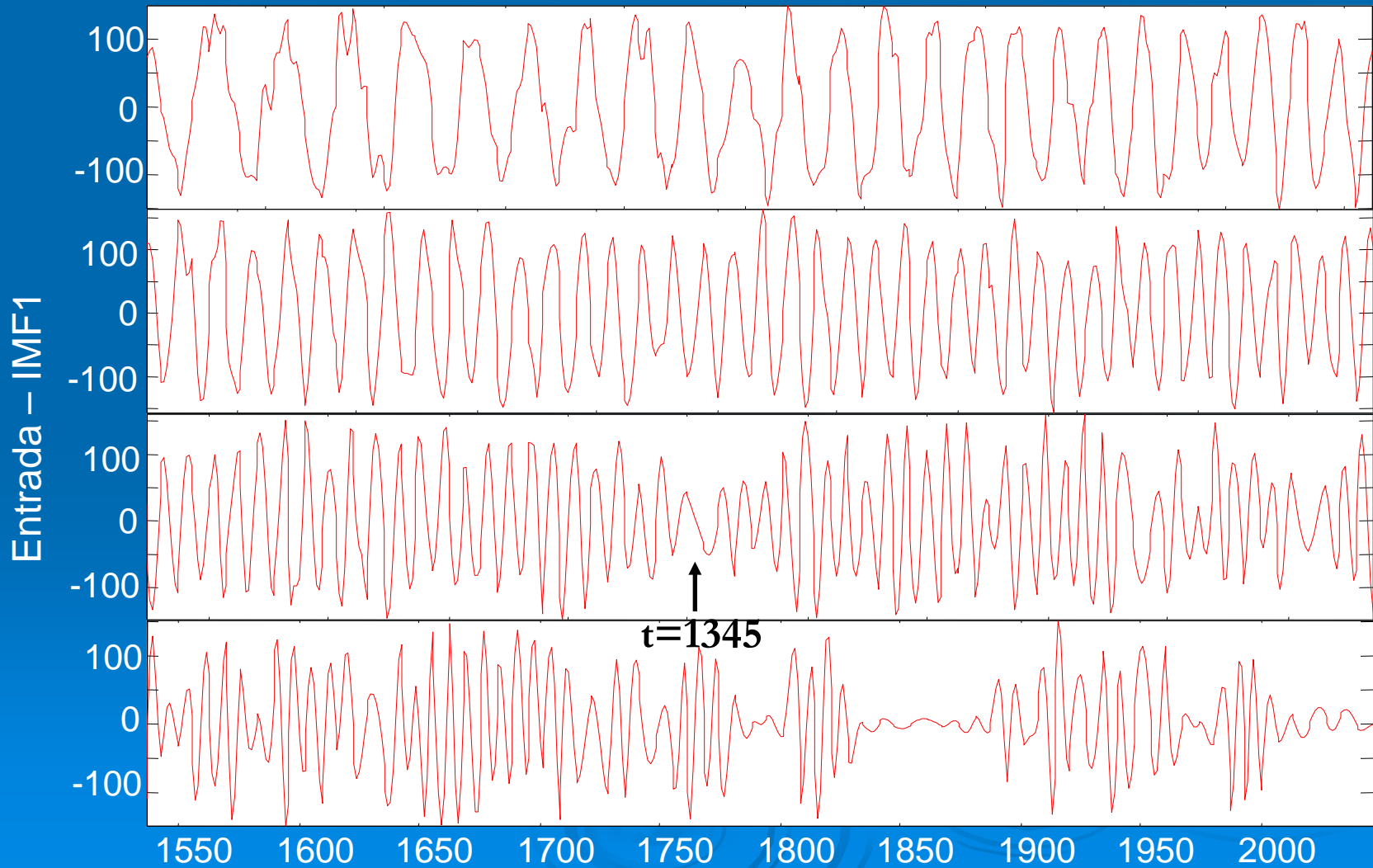
$$\phi_r(t) \sim U(-\pi/4, \pi/4)$$



HT+EMD  
OK

$$\frac{d\phi(t)}{dt} < 0,76 \sim \pi/4$$

$t_{\text{adquisición}} > 9$   
muestras/período

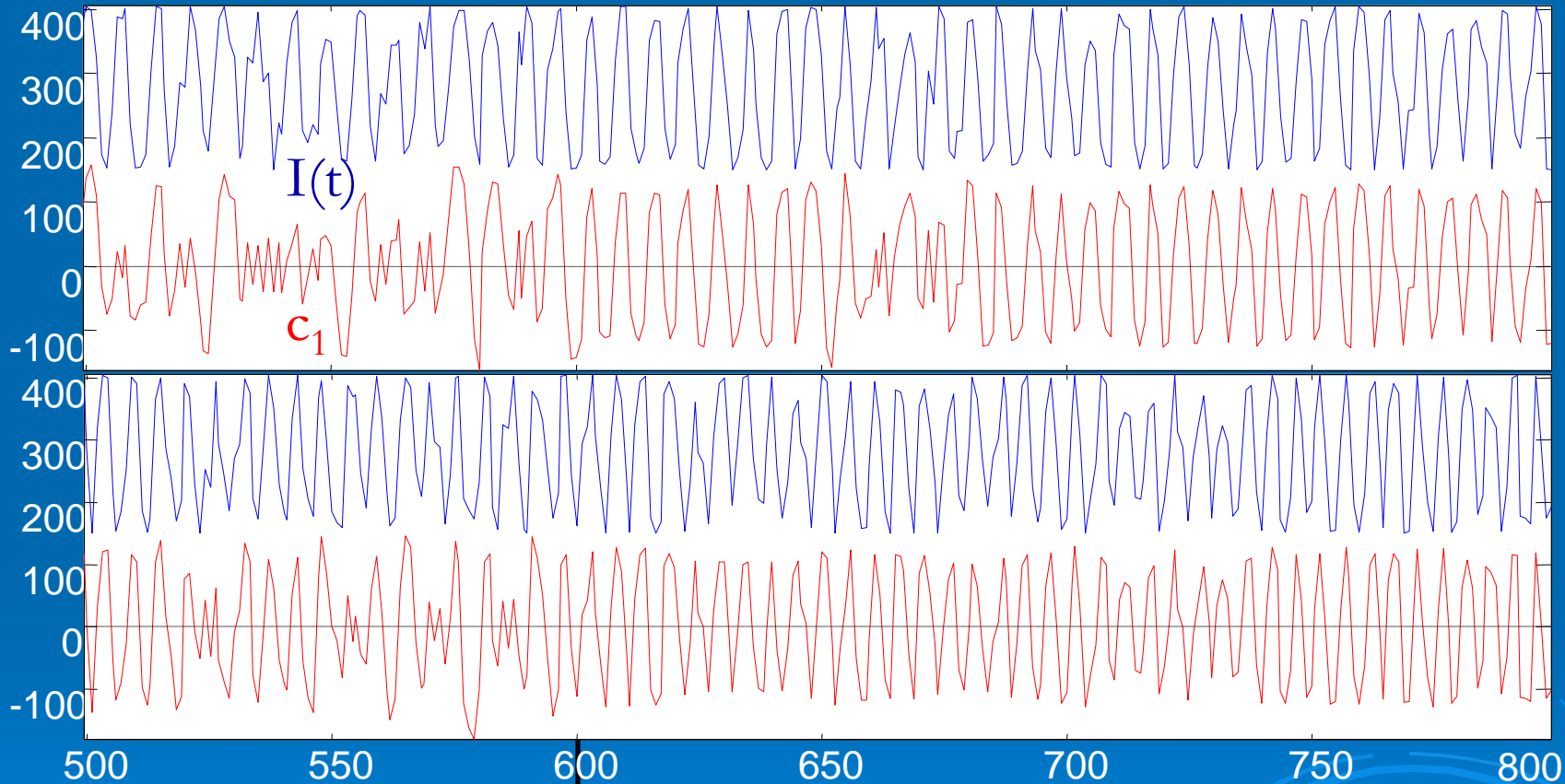




# Método HT+EMD alternativo (EPFL-Suiza)

Chirp parabólico

$$\pi/4 < d\phi(t)/dt < 2\pi/3$$

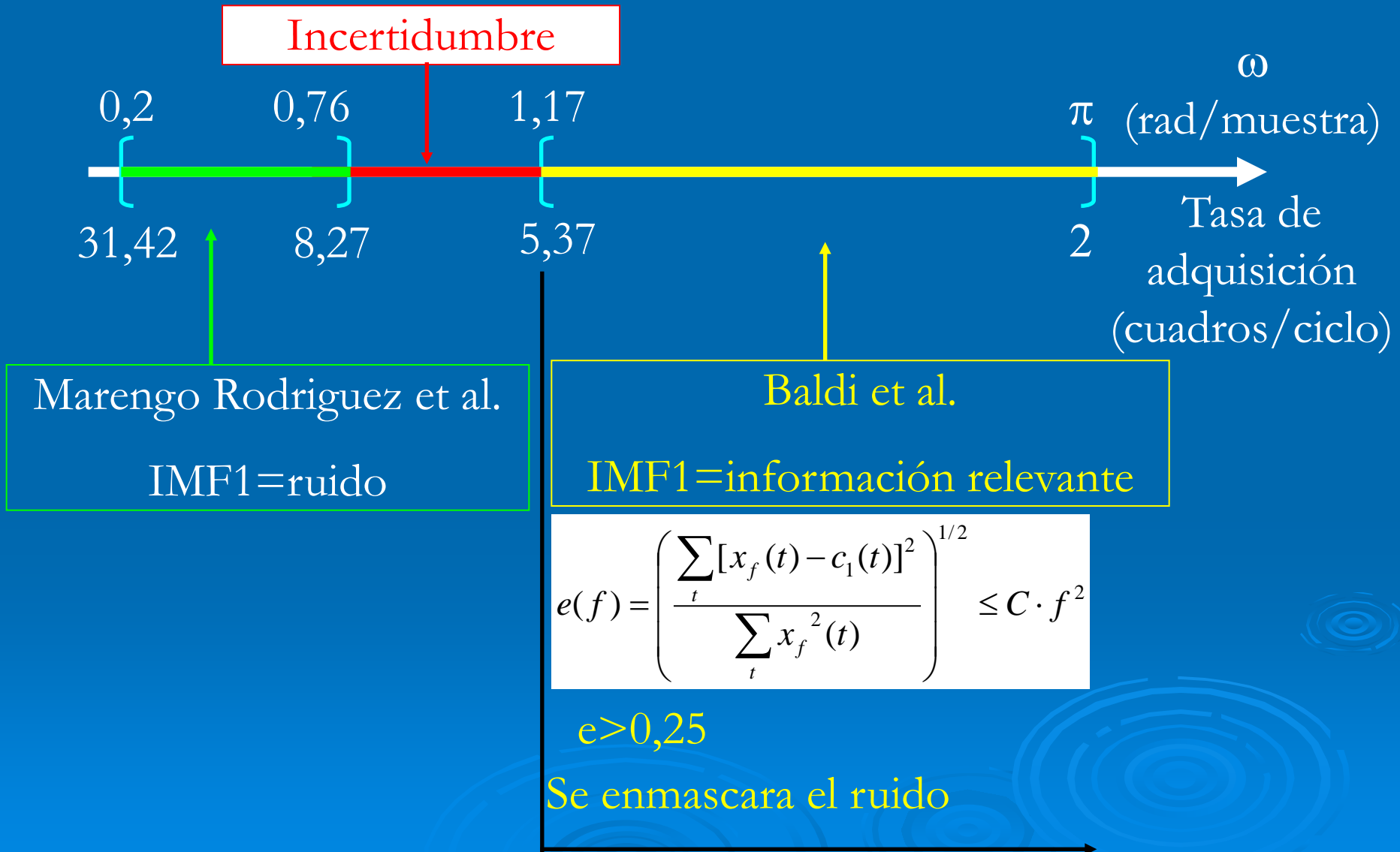


HT+EMD  
OK

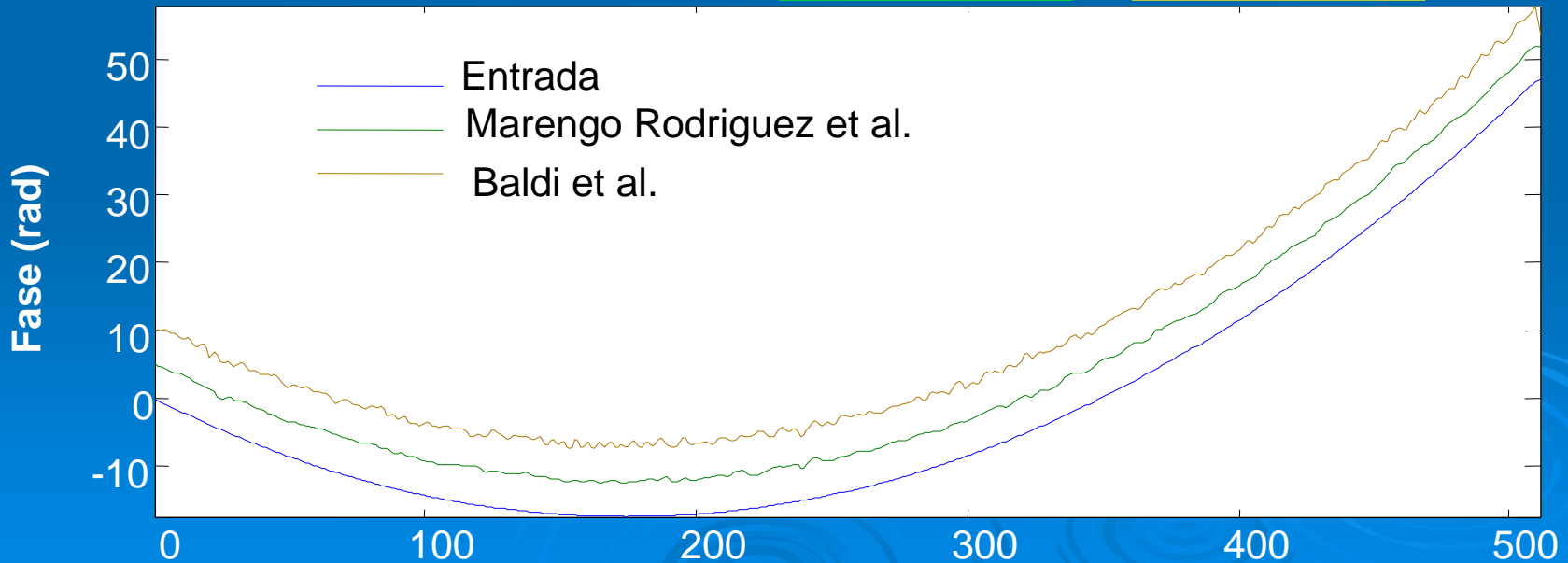
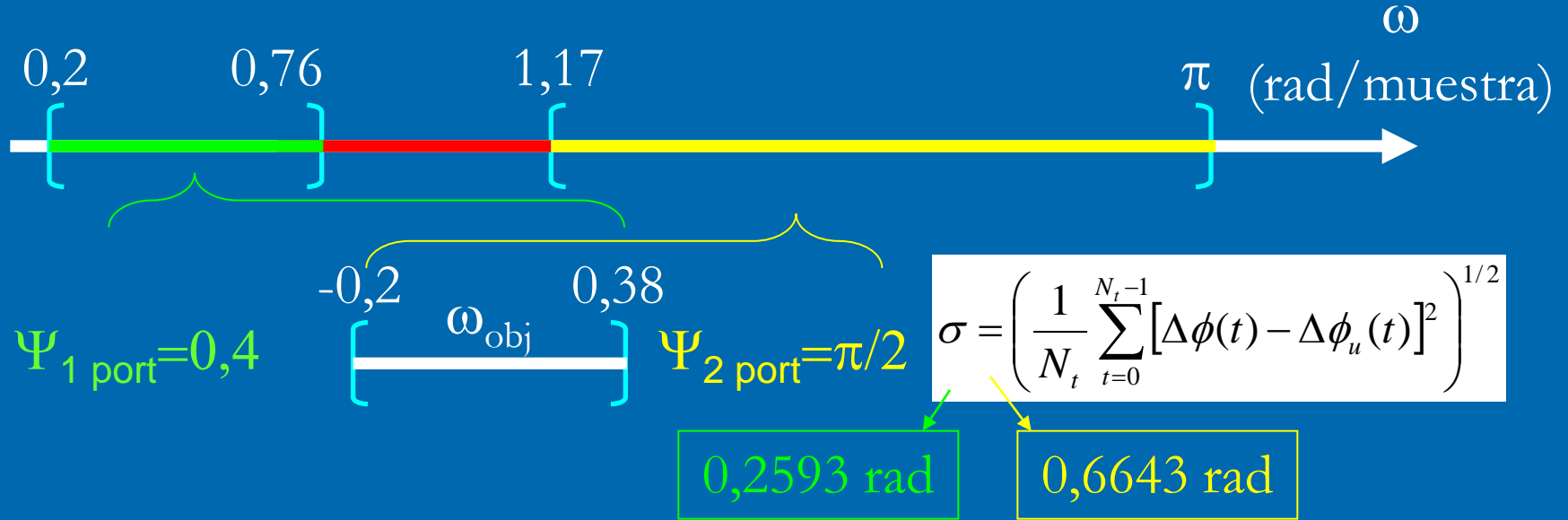
$$\frac{d\phi(t)}{dt} > 1,17$$

$t_{\text{adquisición}} < 5$   
muestras / período

# Métodos HT+EMD



# Métodos HT+EMD



# Conclusiones

- EMD optimiza la medición de fase debido a su adaptabilidad para detectar y filtrar componentes ruidosas de banda ancha.
- El método HT+EMD es la técnica de filtrado más robusta mejor porque recupera la fase con muchos menos puntos divergentes en el mapa de fase.
- HT+EMD posee más ventajas que los otros métodos basados en la señal analítica. El filtrado de las componentes indeseadas es automático y adaptativo, y el beneficio es mayor en las zonas de baja relación S/R.

# Otras aplicaciones de EMD

- **EEMD (Ensemble EMD):** Aplicación sucesiva de EMD a la señal de entrada contaminada con ruido blanco gaussiano con diferentes semillas. Luego de las múltiples aplicaciones de EMD, se obtiene el promedio de cada IMF. Como beneficio, se obtiene una representación energía-tiempo-frecuencia más precisa que con el método EMD convencional.
- **Codificación de señales:** Dada la reducida cantidad de IMF, se asocia a cada una un reducido conjunto de extremos locales para reconstruirla vía interpolación spline.

# Transformada de Hilbert-Huang (HHT)

- HHT es la combinación de EMD y la transformada de Hilbert aplicada a cada IMF. Esto en general es válido ya que cada IMF es de banda limitada y posee en cada instante una única frecuencia y amplitud.
- No tiene las limitaciones existentes con wavelets o Fourier, en cuanto al principio de incertidumbre de Heisenberg (resolución tiempo-frecuencia). Esto se debe a que la transformada de Hilbert calcula la fase y amplitud *instantánea* de cada IMF, que por definición es monocomponente.



# Transformada de Hilbert-Huang (HHT)

$$x(t) = \sum [ a_k(t)^* \exp(i^* \phi(t)) ]$$

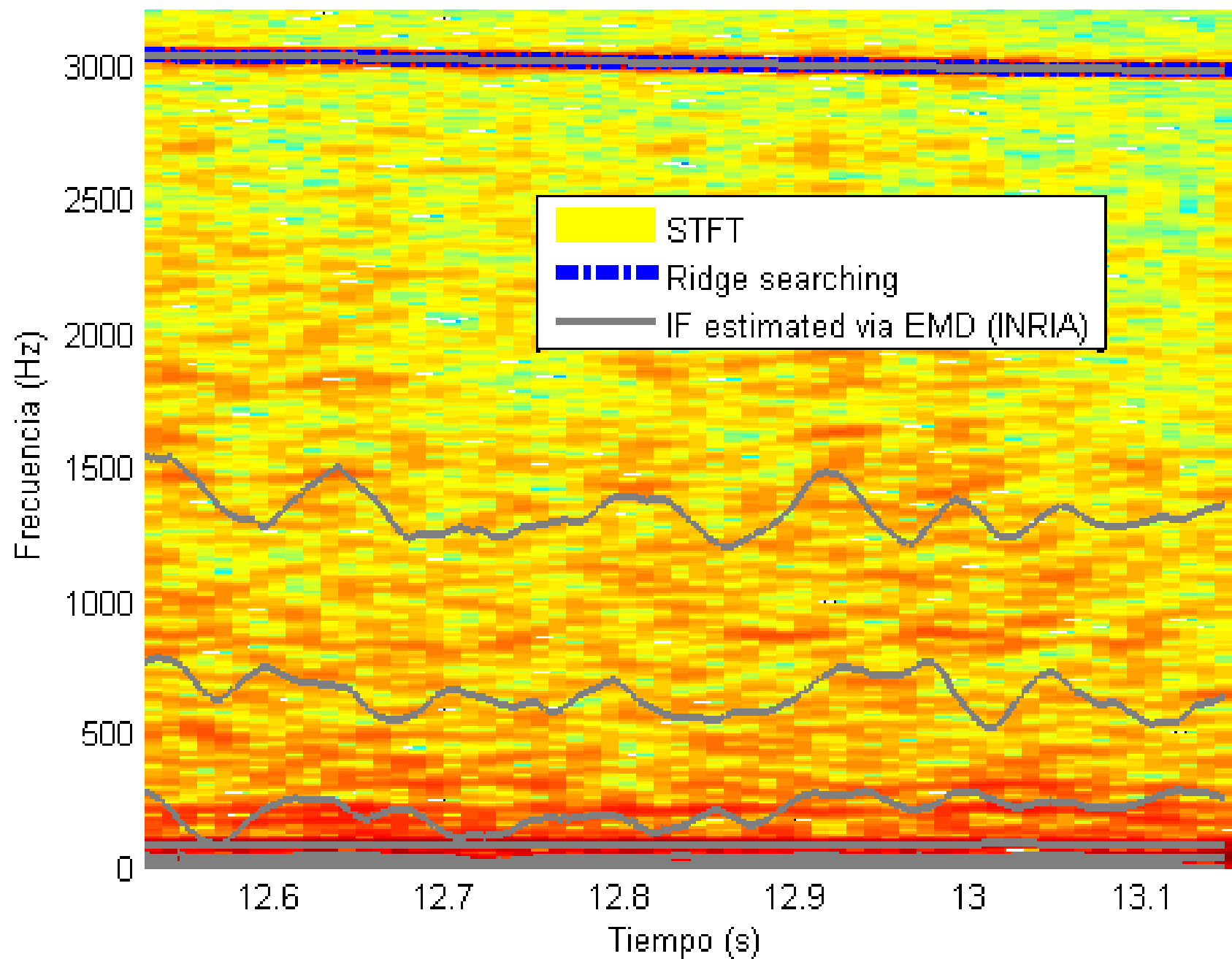
**Amplitud**  
instantánea

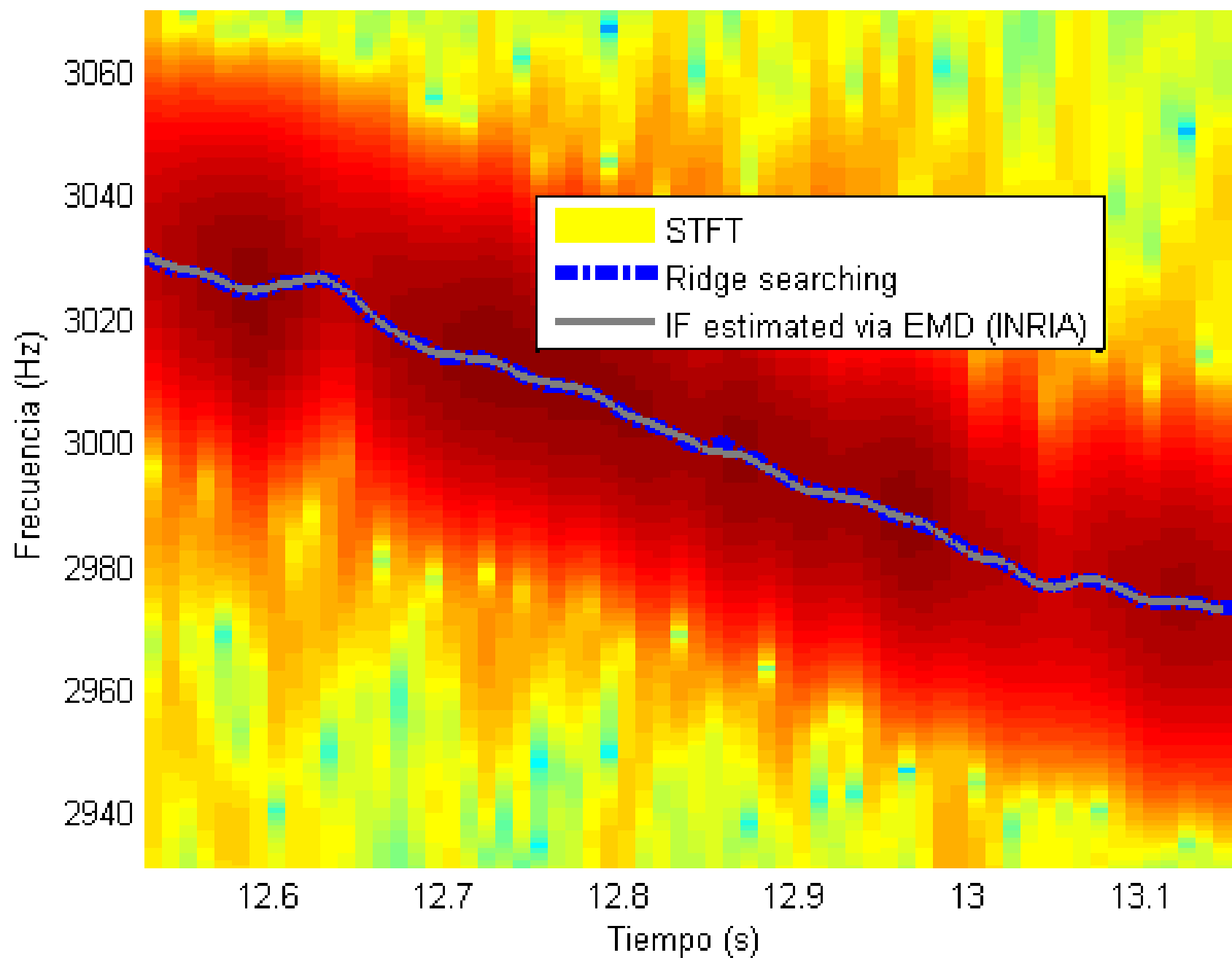
**Fase**  
instantánea

**Frecuencia**  
instantánea  $\longrightarrow f(t) = 1/(2\pi)^* d\phi(t)/dt$

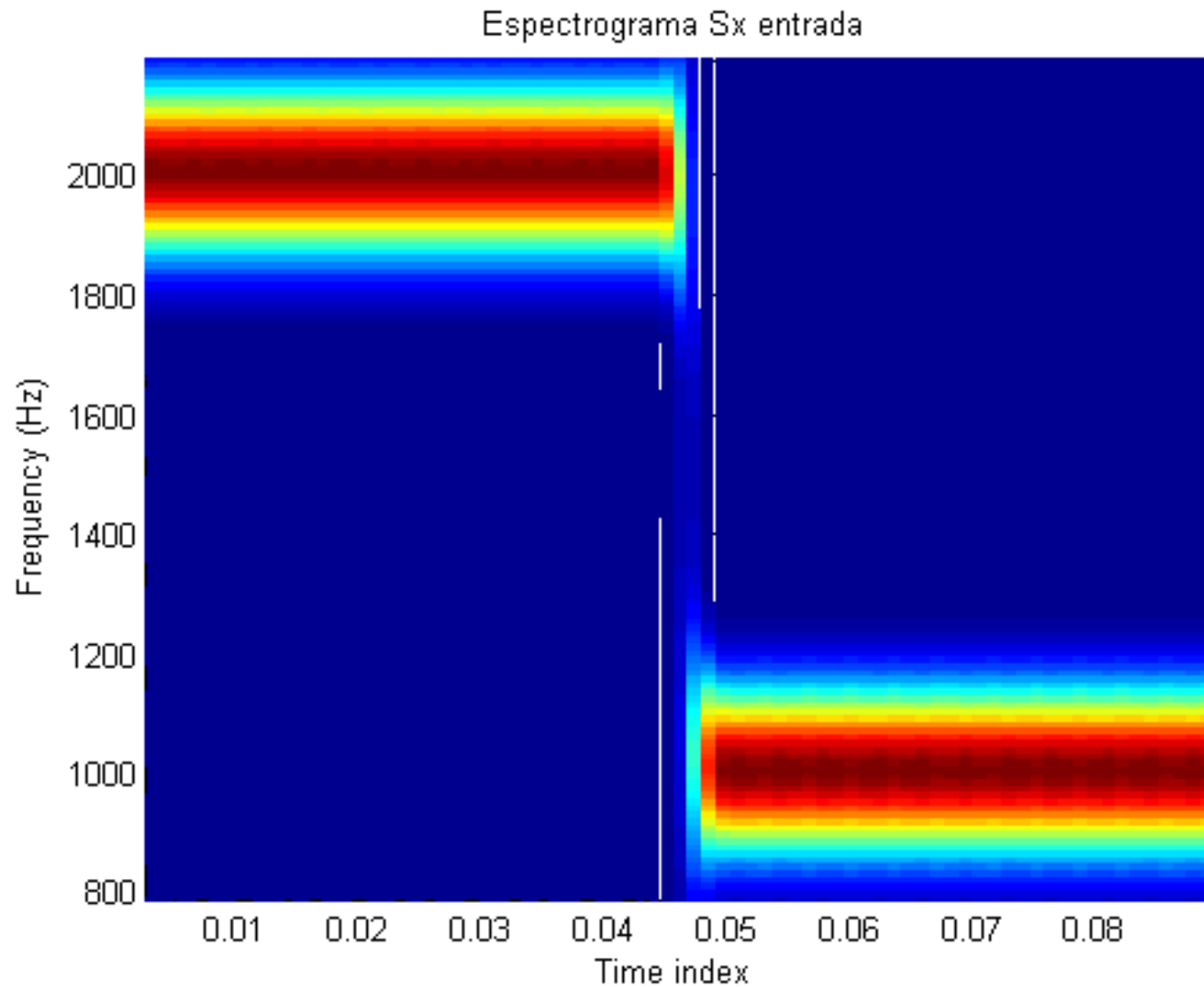
Ejemplo: pasada de vehículo a  
20 km/h con tono piloto de 3 kHz.



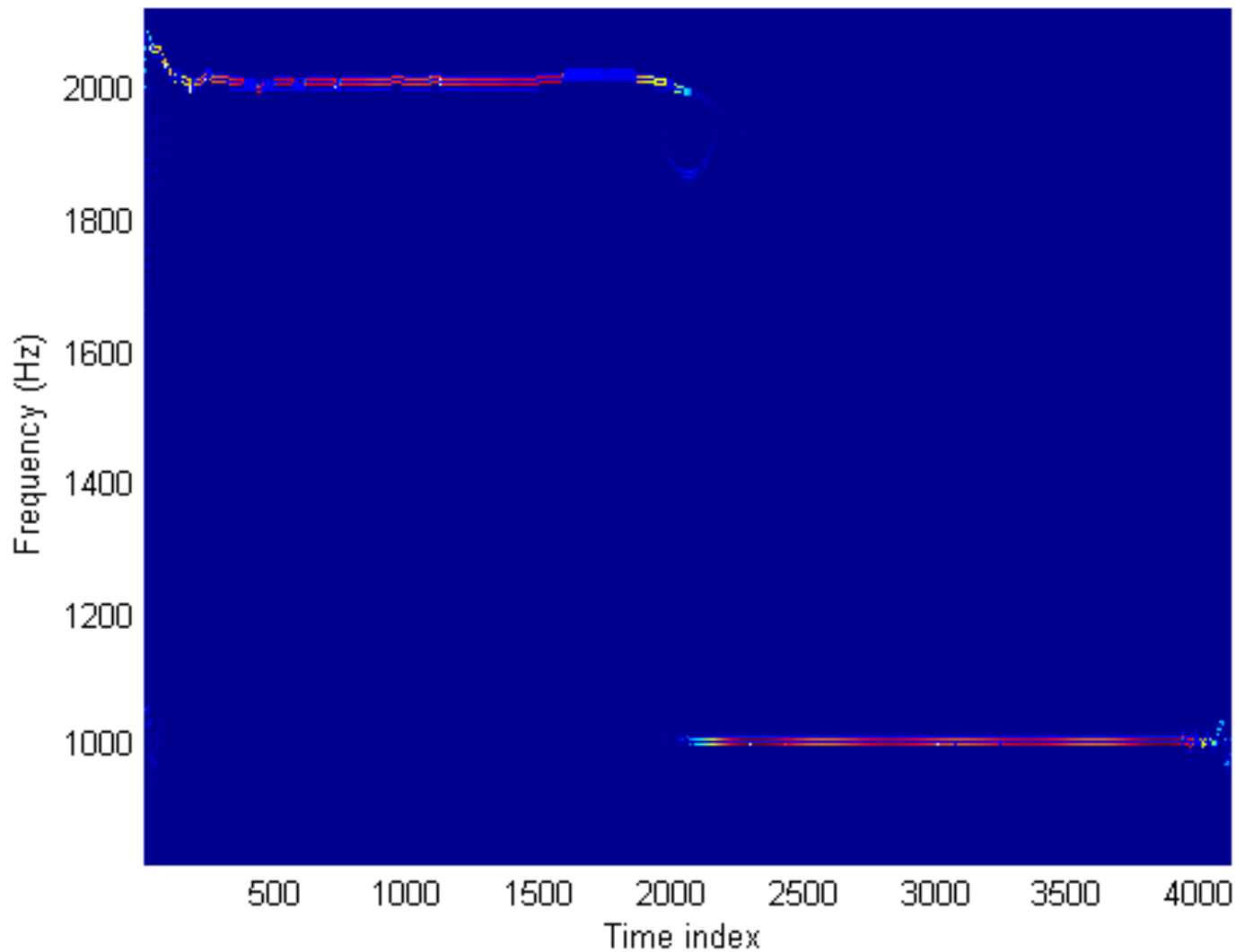




# FFT

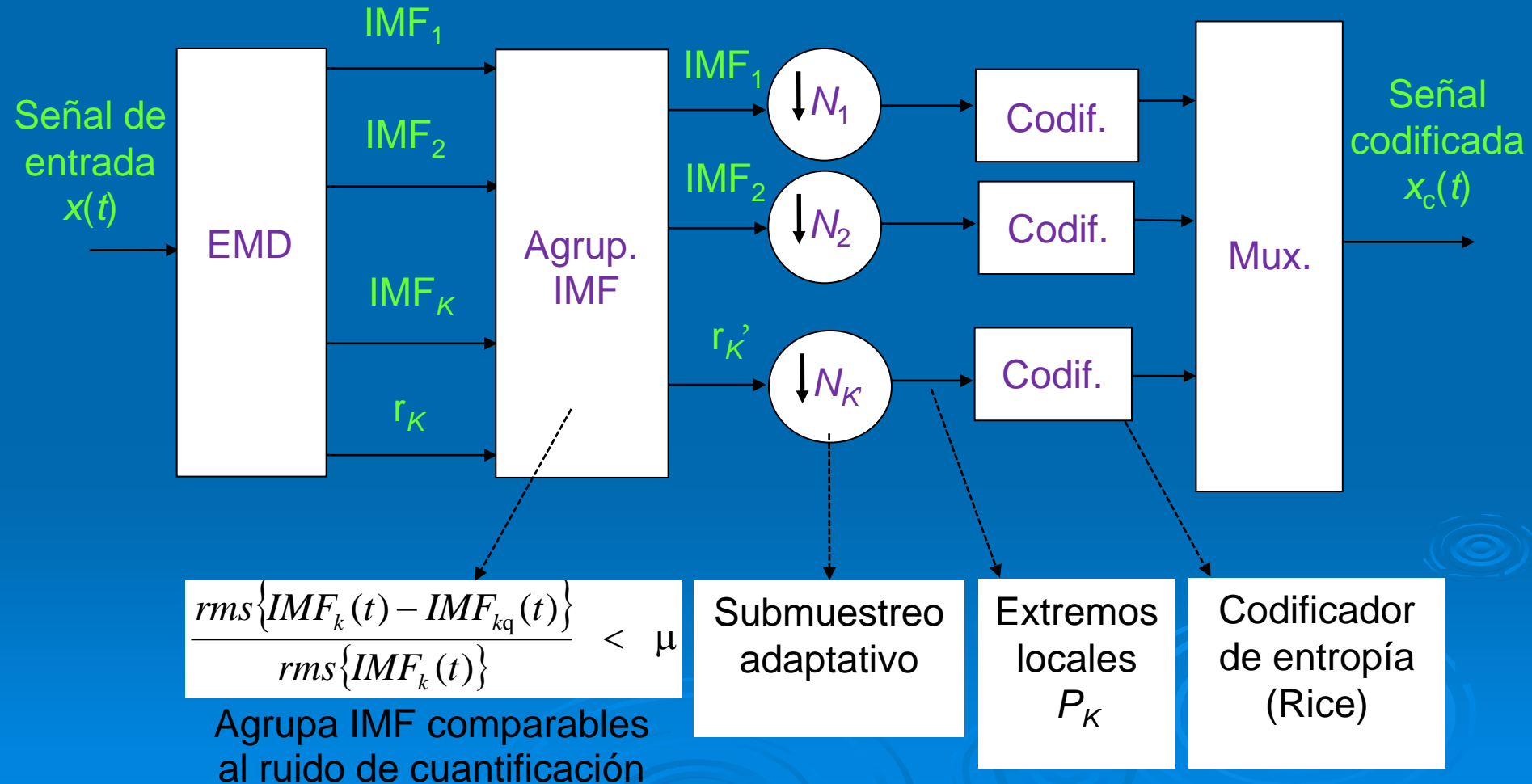


# HHT

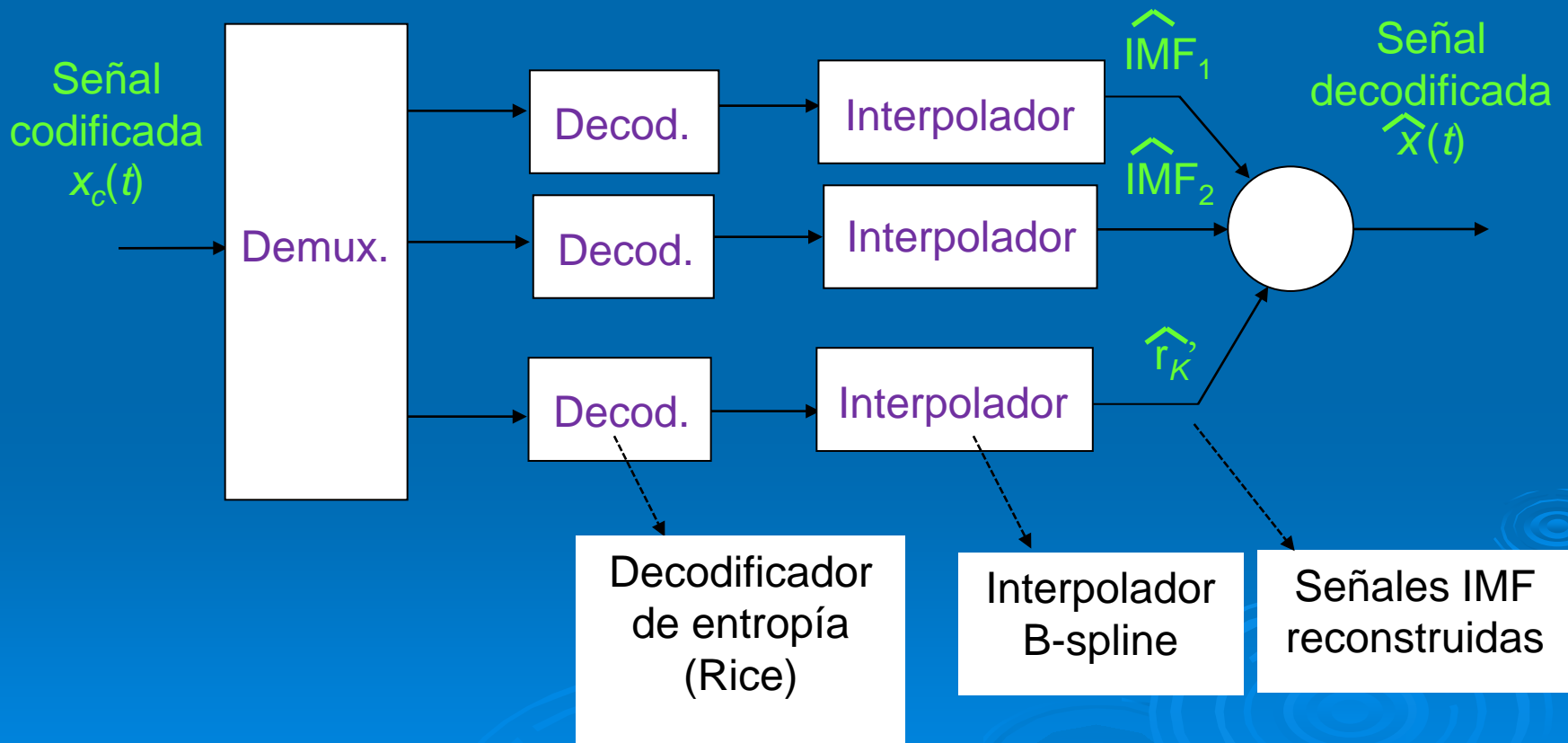


# Codec audio

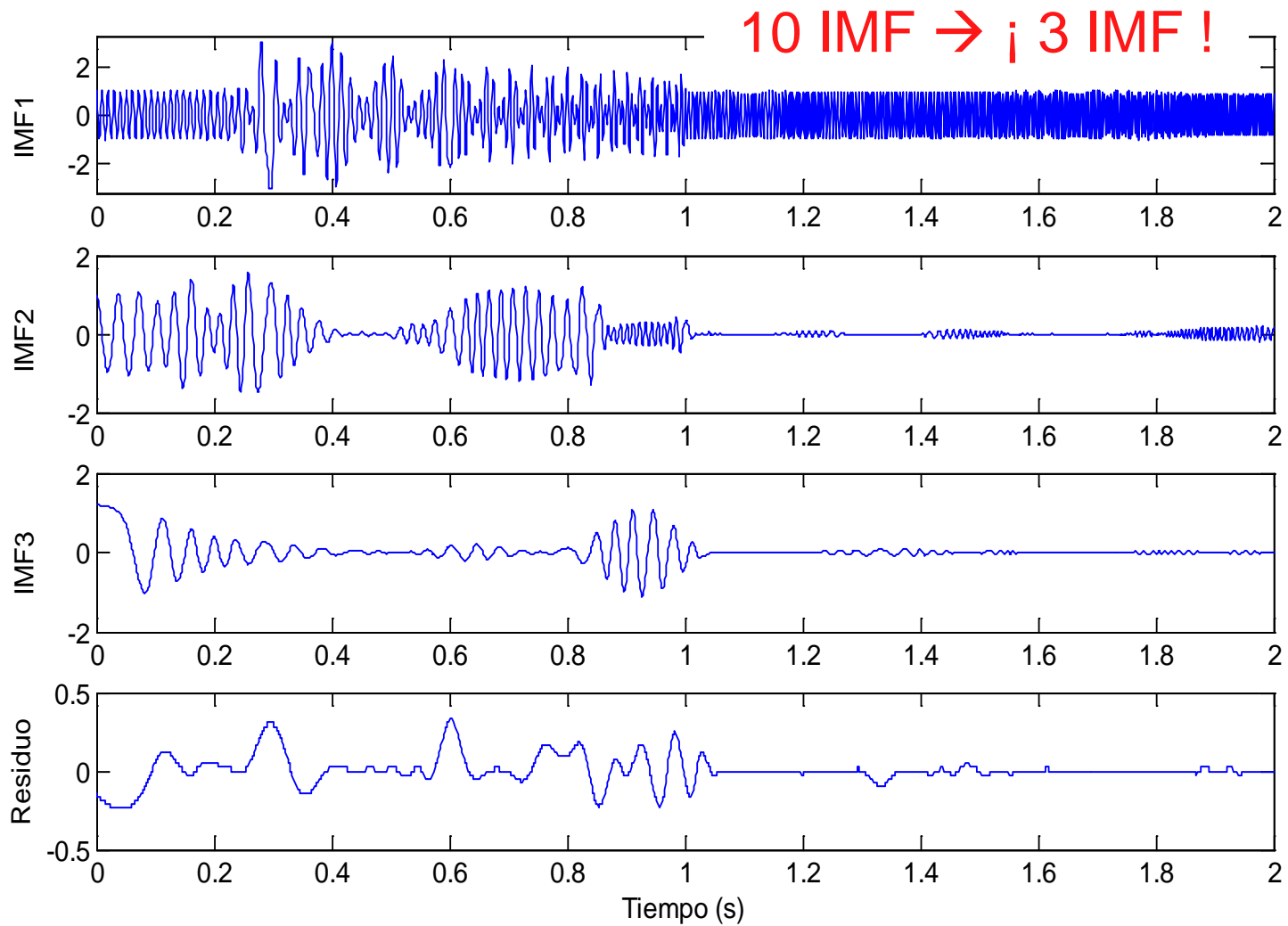
# Codificador



# Decodificador

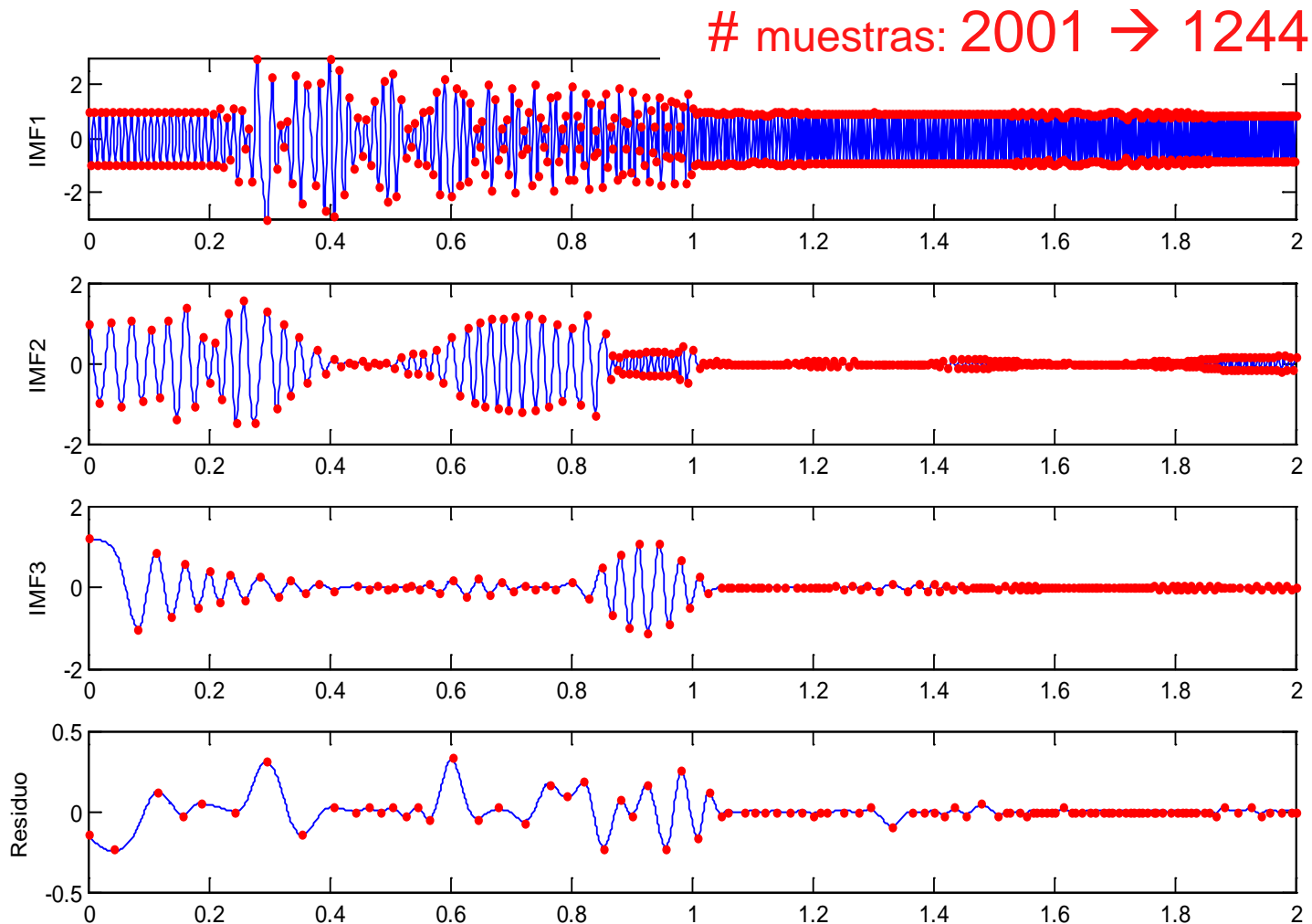


# Agrupamiento de IMF

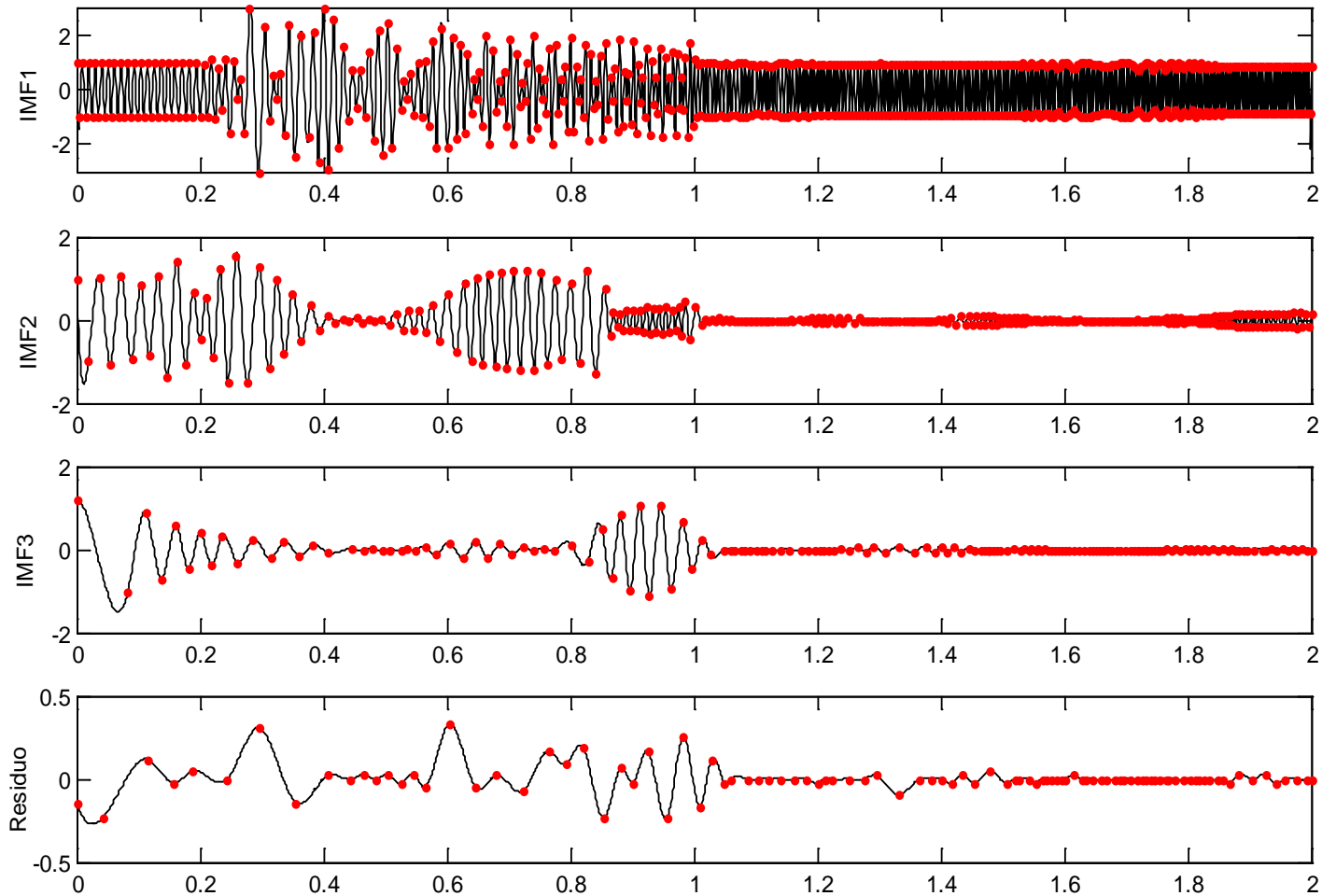




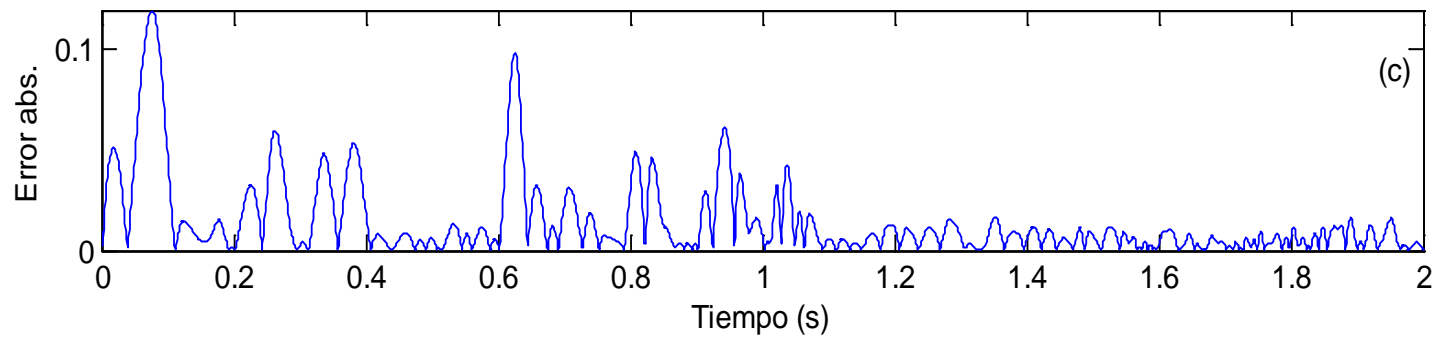
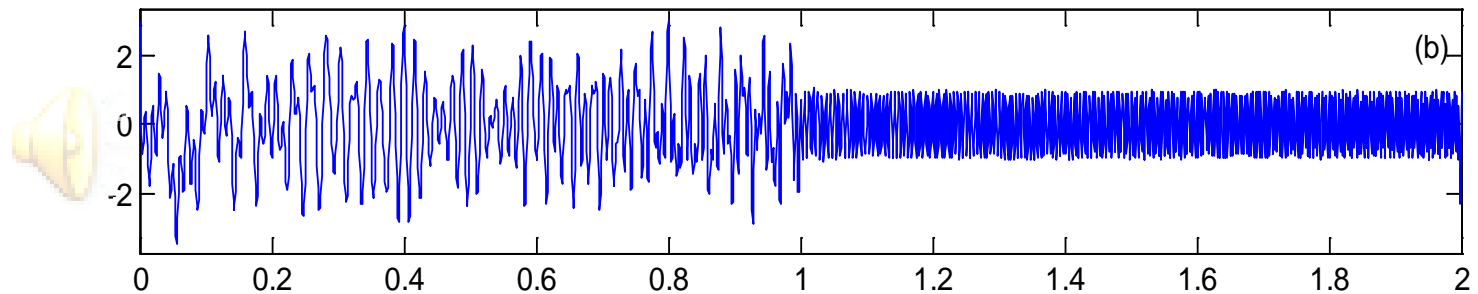
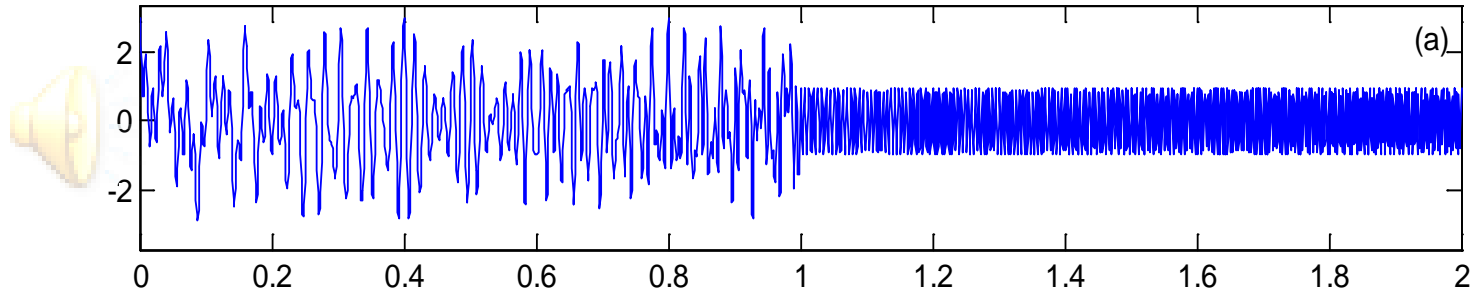
# Submuestreo - tasa crítica *local*



# Reconstrucción



# Entrada vs. reconstruida



# Bibliografía

- Huang et al. (1998). “The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis”. Proc. Royal Soc. of London, Ser. A, 454, pp.903–995.
- Rilling et al. (2003). “On Empirical Mode Decomposition and its algorithms,” Proc. IEEE-EURASIP NSIP-03, Grado (I), 2003.
- Huang et al. (2009). “On instantaneous frequency”, AADA, Vol. 1, No. 2 pp.177–229.
- Wu, Huang (2008). "Ensemble empirical mode decomposition: a noise assisted data analysis method", AADA, Vol. 1, No. 1 pp.1–41.
- Marengo Rodriguez, Miyara (2009). “Representación de señales de audio con descomposición empírica de modos y submuestreo adaptativo”, AdAA 2009, A056 Rosario.

# Bibliografía

- Algoritmo de EMD, EEMD y HHT:

<http://rcada.ncu.edu.tw/>

- Algoritmo de EMD de Flandrin y Rilling (más versátil):

<http://perso.ens-lyon.fr/patrick.flandrin/emd.html>



*¡Muchas gracias!*



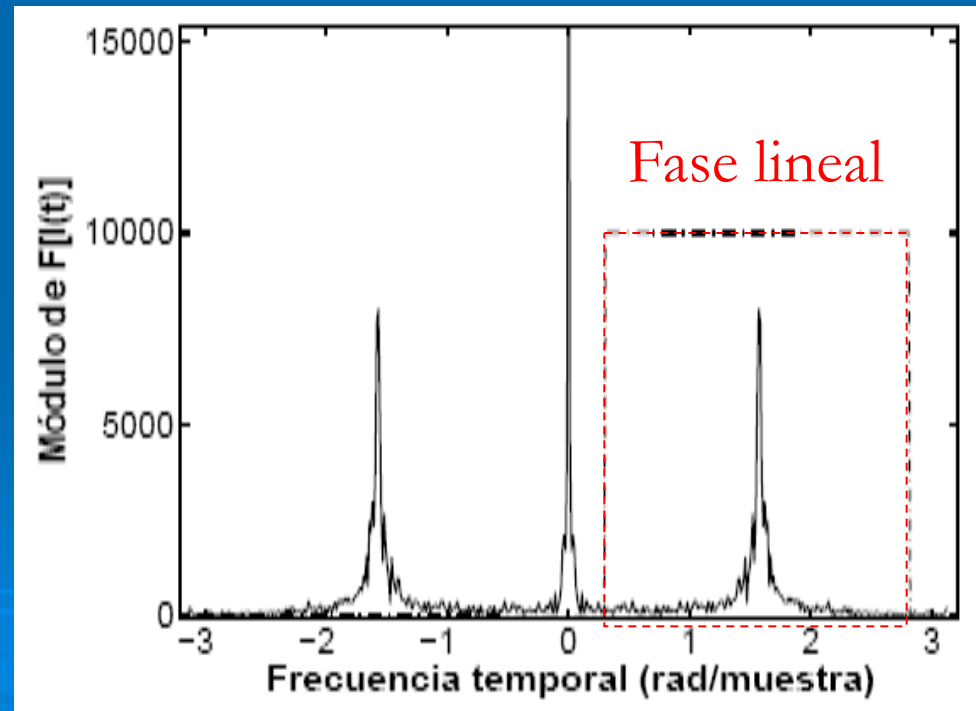
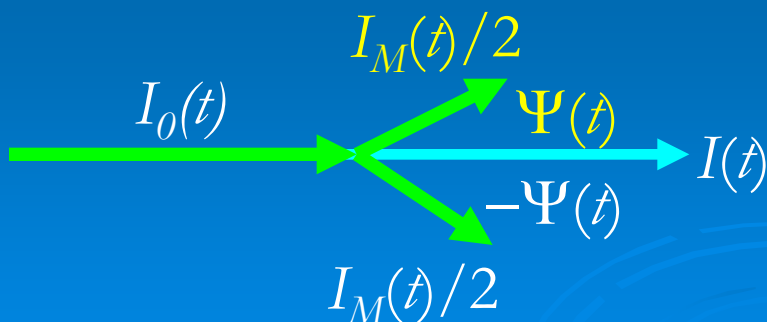
# Diapositivas adicionales

# Medición de fase por el método FT

- Se transforma Fourier la intensidad  $I(t)$
- Se extrae por filtrado la exponencial compleja correspondiente a las frecuencias positivas.
- Se calcula la fase contenida en la secuencia compleja recuperada.

$$I(t) = I_0(t) + \frac{I_M(t)}{2} \exp[-j\Psi(t)]$$

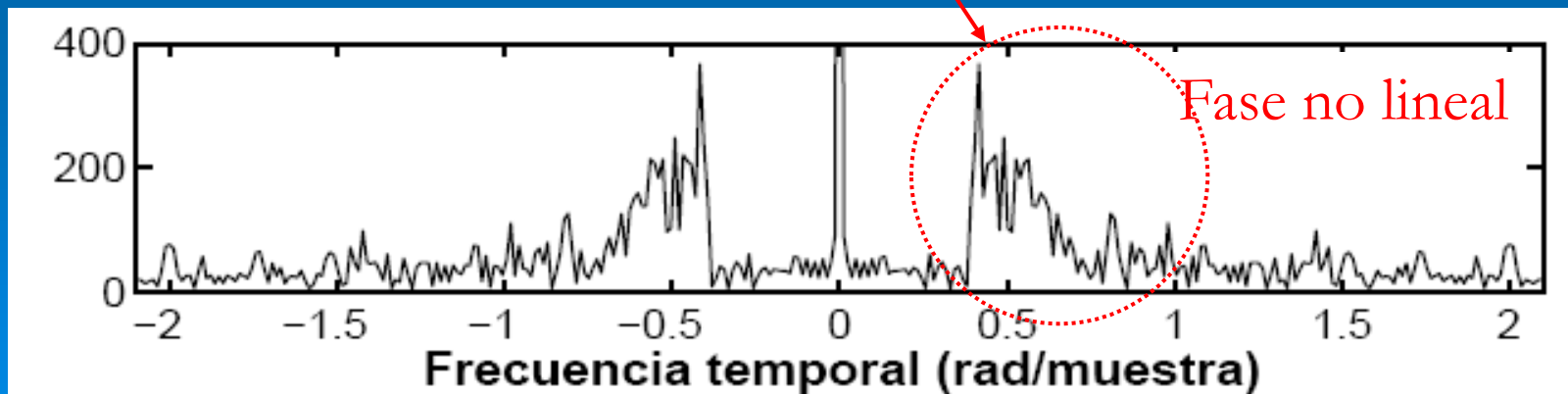
$$+ \frac{I_M(t)}{2} \exp[j\Psi(t)]$$





# Limitaciones técnica FT

- Filtrado de intensidad dependiente del operador.
- No discrimina comportamiento temporal en cada pixel analizado.
- Dificultad de operación ante fase no lineal debido al ensanchamiento espectral de la exponencial compleja.
- Difícil recuperación en zonas de baja modulación.



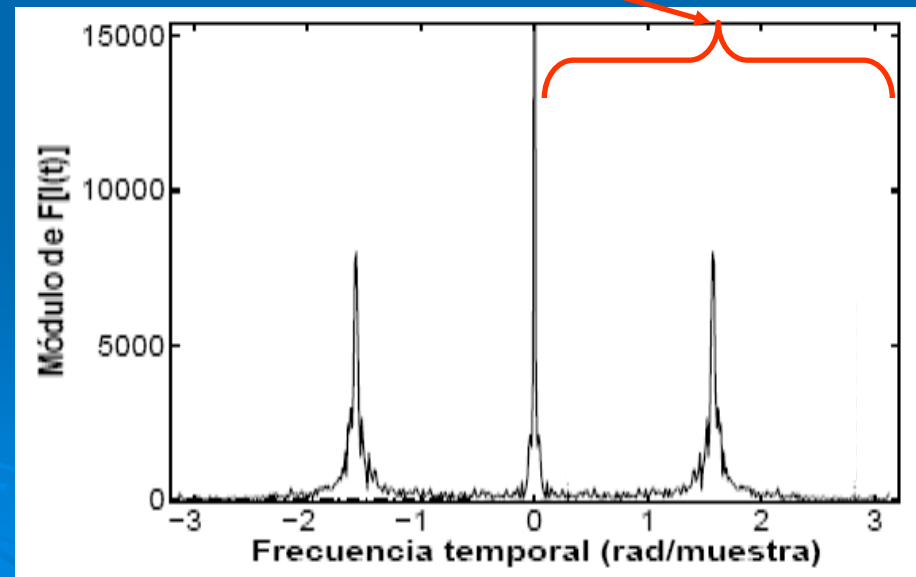
# Medición de fase por el método HT

- Se filtra la media en el dominio temporal.
- Se calcula la componente en cuadratura de la señal filtrada vía transformada de Hilbert (HT).
- Señal analítica = señal filtrada +  $i \cdot \text{HT}[\text{señal filtrada}]$ .

$$I(t) = I_0(t) + \underbrace{I_M(t) \cos \Psi(t)}_{I_F(t)}$$

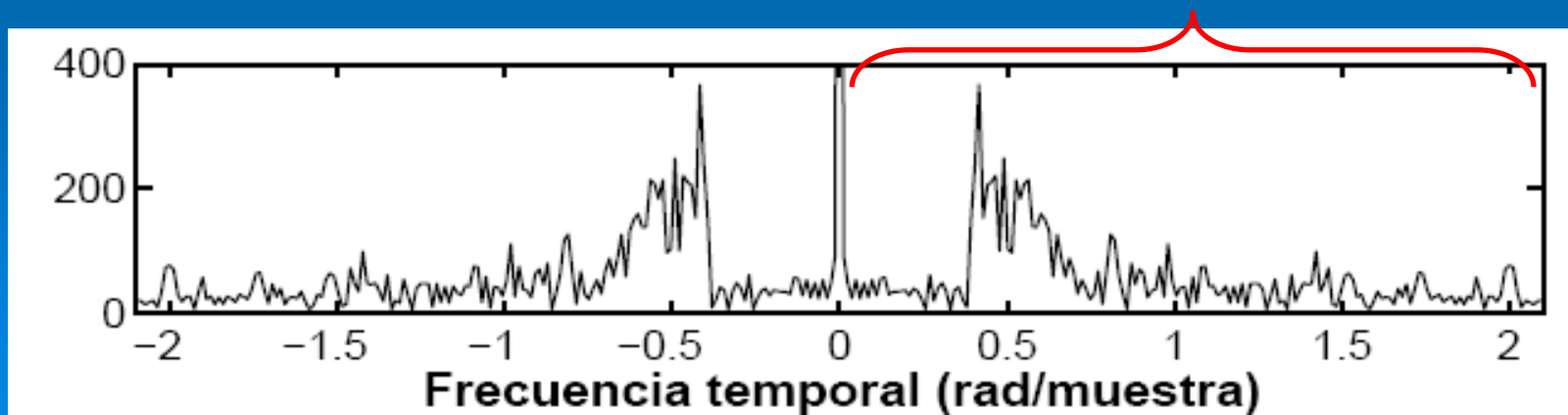
$$H[I_F(t)] \approx I_M(t) \text{sen} \Psi(t)$$

$$I_{anal}(t) = I_F(t) + jH[I_F(t)]$$



# Limitaciones técnica HT

- Filtro PBn: Las ventanas deslizantes propuestas por Madjarova et al. introducen discontinuidades de fase. Se ignora el ruido de speckle.
- Filtro HT: Es muy sensible al ruido de speckle. Puede optimizarse carga computacional si se lo implementa mediante FT o hilbert.m.
- Rendimiento limitado en las zonas de baja relación S/R.



# Equivalencia entre HT y FT

